



**Titre:** Ordonnancement des fournées de traitement thermique dans une aluminerie  
Title:

**Auteur:** Aïda Reguigui  
Author:

**Date:** 2013

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Reguigui, A. (2013). Ordonnancement des fournées de traitement thermique dans une aluminerie [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1223/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1223/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** François Soumis  
Advisors:

**Programme:** Génie industriel  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ORDONNANCEMENT DES FOURNÉES DE TRAITEMENT THERMIQUE DANS UNE  
ALUMINERIE

AÏDA REGUIGUI  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE INDUSTRIEL)  
AOÛT 2013

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ORDONNANCEMENT DES FOURNÉES DE TRAITEMENT THERMIQUE DANS UNE  
ALUMINERIE

présenté par : REGUIGUI Aïda

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury constitué de :

M. GAMACHE Michel, Ph.D., président

M. SOUMIS François, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. FRAYRET Jean-Marc, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens, tout d'abord, à remercier M. François SOUMIS pour avoir accepté de m'encadrer pour ce projet de maîtrise. Je voudrais exprimer mon respect pour lui en tant que personne et en tant que chercheur. Sa modestie et sa simplicité ont fait que je me suis sentie à mon aise tout au long du déroulement du projet.

Je remercie M. Michel Gamache et M. Jean-Marc Frayret pour avoir accepté d'évaluer mon travail.

Je remercie tous les membres du GERAD pour leur aide si volontaire et leur disponibilité. Grâce à eux, les conditions ont été réunies pour favoriser un travail dynamique et très plaisant.

Enfin, je ne peux pas terminer cette page sans évoquer mon clan, source de tout : mes parents, ma sœur et mon frère pour leur amour, leur soutien continu et leur motivation. Je leur exprime toute ma gratitude pour leur confiance. Je remercie vivement toute ma famille et mes amis qui ont toujours été là pour moi.

## RÉSUMÉ

De manière générale, la planification et l'ordonnancement sont des moyens par lesquels une organisation choisit une suite d'actions pour atteindre un objectif donné. Dans le sens commun, les deux termes sont fréquemment employés pour désigner la même chose : construire des plannings d'exécution d'activités sur des moyens ou des ressources. Il s'agit donc d'optimiser l'exploitation des ressources dont dispose un industriel.

Face à une concurrence accrue et à un environnement économique en perpétuel changement, les industriels sont à l'affût de toute technologie ou méthode leur permettant de réduire leurs coûts de production ou d'augmenter leurs profits.

Dans le cadre de notre projet de maîtrise, nous analysons une problématique proposée par la compagnie Alcoa Cast Products, spécialisées dans les activités de moulage pour les structures d'avion. Nous nous intéressons à l'ordonnancement d'une section d'une chaîne de production. Il s'agit des fours de traitement thermique servant à réaliser l'étape de trempe nécessaire à l'obtention de pièces conformes aux normes. Nous présentons une application de la modélisation mathématique et de l'optimisation comme outil d'aide à la décision pour le responsable de la production.

Ce dernier s'attaque à l'une des parties les plus consommatrices d'énergie électrique de sa chaîne de production. Notre objectif consiste à réduire ses coûts de production dans l'atelier de traitement thermique. Les fours de traitement thermique sont des machines de traitement par lot. Un ensemble de pièces est placé à l'intérieur d'un four pour subir le traitement adéquat. Nous procédons, dans un premier temps, à l'optimisation du placement des pièces en élaborons des algorithmes. Ainsi, nous minimiserons l'espace perdu et nous réduirons la file d'attente en amont des fours. L'entreprise, afin de limiter sa consommation en énergie électrique, a établi un seuil maximal de consommation en puissance électrique. Dans un second temps, nous ordonnancerons les fournées de manière à respecter cette contrainte. De cette manière, nous établirons un planning de fonctionnement des fours tout en satisfaisant la demande.

Ce projet illustre parfaitement l'étroite relation entre le côté académique et le côté industriel du problème. Notre défi était, d'une part, de comprendre les subtilités du problème réel et de les traduire en un modèle mathématique. D'une autre part, nous avons cherché dans la littérature des travaux qui peuvent s'appliquer et s'adapter à ce genre de problématique.

Nous terminons ce mémoire en présentant des pistes d'améliorations futures qui pourront aider l'industriel à rester compétitif et à assurer sa pérennité.

## ABSTRACT

In general, the planning and scheduling are the means by which an organization chooses a sequence of actions to achieve a given goal. In common sense, the two terms are often used to mean the same thing: build schedules to optimize the use of the resources.

Faced with increased competition and a rapidly changing economic environment, manufacturers are on the lookout for any technology or method to reduce their production costs and increase their profits.

As part of our project management, we analyze a project proposed by Alcoa Cast Products, specialized in producing aluminum castings for defense, aerospace and commercial applications. We are interested in scheduling a section of a production line. It consists on the furnaces for heat treatment. We present an application of mathematical modeling and optimization tools as aid decision for the production manager.

The furnaces are one of the biggest consumers of electrical power. Our goal is to reduce production costs in the heat treatment shop.

A kit of items is placed inside an oven to undergo suitable treatment. We proceed in a first step, to optimize the placement of the items by developing algorithms. Thus, we will minimize wasted space and we will reduce the queue upstream ovens.

The company, in order to limit the consumption of electric energy, set a maximum threshold of electric power consumption. In a second step, we will schedule batches in order to meet this constraint. In this way, we will establish a schedule of furnace operation while satisfying the demand.

This project exemplifies the close relationship between the academic side and the industrial side of the problem. Our challenge was, first of all, to understand the specificities of the real problem and translate them into a mathematical model. On the other hand, we searched the literature work that can apply and adapt to this kind of problem.

We conclude this work by presenting avenues for future improvements that will help the industry remain competitive and ensure its sustainability.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	viii
LISTE DES FIGURES . . . . .	ix
LISTE DES ALGORITHMES . . . . .	x
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Contexte industriel . . . . .	1
1.2 Description de la problématique . . . . .	2
1.3 Objectifs de recherche . . . . .	2
1.4 Plan du mémoire . . . . .	3
CHAPITRE 2 DÉFINITION DU PROBLÈME ET REVUE DE LA LITTÉRATURE . . . . .	4
2.1 Définition du problème . . . . .	4
2.1.1 Procédé de fabrication . . . . .	4
2.1.2 Description des fours . . . . .	6
2.1.3 Description des pièces à traiter . . . . .	8
2.2 Définition de la problématique . . . . .	9
2.3 Revue de la littérature . . . . .	9
2.3.1 Problème d'ordonnancement de production . . . . .	10
2.3.2 Problème de placement . . . . .	10
CHAPITRE 3 MODÈLE MATHÉMATIQUE . . . . .	14
3.1 Caractéristiques du problème . . . . .	14
3.2 Modèle mathématique du problème $P_1$ . . . . .	15
3.2.1 Notation . . . . .	17
3.2.2 Fonction objectif . . . . .	18

3.2.3	Contraintes du problème . . . . .	18
3.3	Modèle mathématique du problème $P_2$ . . . . .	19
CHAPITRE 4 GÉNÉRATION DES PATRONS VERTICAUX ET HORIZONTAUX		22
4.1	Génération des patrons verticaux . . . . .	22
4.1.1	Principe . . . . .	22
4.1.2	Algorithme . . . . .	23
4.1.3	Implémentation et interprétation . . . . .	24
4.2	Génération des patrons horizontaux . . . . .	26
4.2.1	Principe . . . . .	26
4.2.2	Algorithme . . . . .	28
4.2.3	Implémentation et interprétation . . . . .	29
4.2.4	Patrons horizontaux complémentaires . . . . .	30
4.2.5	Procédure générant plusieurs scénarios de placement horizontal . . .	30
CHAPITRE 5 RÉOLUTION DU PROBLÈME . . . . .		32
5.1	Rappel de la problématique . . . . .	32
5.2	Instance traitée . . . . .	34
5.3	Résultats . . . . .	35
5.3.1	Génération des patrons verticaux . . . . .	35
5.3.2	Génération des patrons horizontaux . . . . .	39
5.3.3	Résolution du problème $P_1$ . . . . .	42
5.3.4	Résolution du problème $P_2$ . . . . .	44
CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .		50
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	50
6.2	Améliorations futures . . . . .	50
RÉFÉRENCES . . . . .		52



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Caractéristiques des fours - Dimensions . . . . .	6
Tableau 2.2	Caractéristiques des fours - Types de traitement . . . . .	7
Tableau 2.3	Energie des fours de traitement thermique . . . . .	7
Tableau 2.4	Caractéristiques des pièces - Dimensions . . . . .	8
Tableau 2.5	Caractéristiques des pièces . . . . .	9
Tableau 4.1	Génération de patrons verticaux pour le four 3 . . . . .	25
Tableau 5.1	Description des familles de pièces . . . . .	34
Tableau 5.2	Correspondance des Fours - Familles . . . . .	34
Tableau 5.3	Demande en pièces par type de hauteurs pour les différentes familles	35
Tableau 5.4	Pourcentage d'espace en hauteur non exploité par four . . . . .	37
Tableau 5.5	Remplissage d'une tablette de hauteur 34 <i>po</i> du four 20 . . . . .	40
Tableau 5.6	Remplissage d'une première tablette de hauteur 17 <i>po</i> du four 20 . .	40
Tableau 5.7	Remplissage d'une deuxième tablette de hauteur 17 <i>po</i> du four 20 . .	41
Tableau 5.8	Remplissage d'une tablette de hauteur 12 <i>po</i> du four 20 . . . . .	41
Tableau 5.9	Nombre de patrons associé à chaque tablette . . . . .	42
Tableau 5.10	Caractéristiques du problème $P_1$ . . . . .	43
Tableau 5.11	Pourcentage de remplissage des fours . . . . .	45
Tableau 5.12	Caractéristique thermique des fours . . . . .	45
Tableau 5.13	Consommation des fours en puissance . . . . .	46
Tableau 5.14	Caractéristiques du problème $P_2$ . . . . .	46

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Procédé de moulage à modèle de cire perdu (Ingenieur (2013)) . . .	5
Figure 3.1	Description des patrons verticaux et horizontaux . . . . .	16
Figure 3.2	Approche de résolution de la problématique . . . . .	17
Figure 4.1	Arbre d'énumération des patrons verticaux . . . . .	23
Figure 4.2	Exemple de génération de patrons verticaux . . . . .	25
Figure 4.3	Placement de la première pièce . . . . .	27
Figure 4.4	Arbre d'énumération associé à la première pièce . . . . .	28
Figure 4.5	Placement de la deuxième pièce . . . . .	28
Figure 4.6	Frontière des pièces placées . . . . .	30
Figure 5.1	Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 3 . . . . .	37
Figure 5.2	Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 4,5,6,12 . . . .	38
Figure 5.3	Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 7 . . . . .	38
Figure 5.4	Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 15 . . . . .	38
Figure 5.5	Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 20 . . . . .	39
Figure 5.6	Principe de génération des patrons horizontaux . . . . .	39
Figure 5.7	Caractéristique thermique des fours . . . . .	47
Figure 5.8	Consommation des fours en puissance . . . . .	47
Figure 5.9	Ordonnancement des fournées . . . . .	48
Figure 5.10	Principe général de résolution . . . . .	49

## LISTE DES ALGORITHMES

Algorithme 1	Algorithme de génération des patrons verticaux . . . . .	24
Algorithme 2	Algorithme de génération des patrons horizontaux . . . . .	29

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

L'aluminium, communément appelé l'or gris, réunit une foule de caractéristiques particulièrement recherchées à savoir légèreté, solidité, durabilité, souplesse, grande conductibilité électrique, résistance à la corrosion et surtout une grande capacité de recyclage. Selon une étude<sup>1</sup> s'appuyant sur les statistiques de l'*International Aluminium Institute*, le Canada est le troisième producteur mondial d'aluminium derrière la Chine et la Russie, avec 7% de la production mondiale. La province de Québec produit à elle seule plus de 90% de l'aluminium canadien.

Malgré ces chiffres prometteurs, l'évolution des coûts de production a un impact majeur sur l'essor de cette industrie. L'environnement économique actuel incite toute entreprise désireuse de survivre et d'accroître ses activités sur le marché à prendre un certain nombre de décisions visant à maximiser la rentabilité de ses ressources, qu'il s'agisse de ressources financières, humaines ou matérielles.

## 1.1 Contexte industriel

Le travail présenté dans ce mémoire a été initié par une problématique industrielle présentée par les responsables de l'entreprise Alcoa Cast Products (Howmet) installée à Laval. Spécialiste dans les activités de moulage pour les structures d'avion, Alcoa est un chef de file en approvisionnement du secteur de l'aérospatiale et de la défense. Elle offre à ses partenaires des solutions intégrées, pouvant comprendre l'ingénierie simultanée, la fabrication, l'usinage, les traitements de surface et l'assemblage de pièces moulées en aluminium. Parmi ses principaux clients figurent Airbus, Boeing, Bombardier, Embraer, GE, Honeywell, Lockheed Martin, Pratt & Whitney et Raytheon.

La réduction des coûts et l'amélioration de la productivité ont toujours été des préoccupations majeures pour les industriels. En analysant les coûts de production, nous remarquons que l'électricité, principale source d'énergie utilisée, intervient à diverses phases du processus industriel. En effet, elle représente un peu plus du tiers des coûts d'exploitation d'une aluminerie (35%<sup>1</sup>).

L'entreprise Alcoa Cast Products ne déroge, malheureusement, pas à la règle. Elle cherche

---

1. Etude effectuée par E&B Data en décembre 2011

par tous les moyens à minimiser ses coûts de production en réduisant, principalement, sa consommation en énergie électrique.

## 1.2 Description de la problématique

L’ordonnancement de la production est une discipline qui présente un intérêt majeur tant sur le plan théorique que pratique. Il consiste à organiser la réalisation de tâches utilisant des ressources spécifiques à un temps donné.

Ce processus, détaillé au chapitre 2, concerne l’optimisation de l’utilisation des fours de traitement thermique. Nous focaliser sur cette partie de la chaîne de production est dû au fait que :

- d’une part, comme énoncé précédemment, il s’agisse de la partie la plus consommatrice d’énergie.
- d’autre part, avec un temps de traitement assez long comparé à celui des machines ordinaires, les fours ralentissent le cheminement des pièces depuis le début jusqu’à la fin de la production, ce qui engendre la formation de stock d’en-cours.

Sommairement, notre travail se résume à :

- optimiser le remplissage des fours afin de maximiser leur rentabilité et réduire ainsi le stock des pièces non traitées en amont,
- et minimiser la consommation en énergie électrique au sein de ce département.

## 1.3 Objectifs de recherche

Dans le cadre de cette recherche, notre contribution se présente sous deux différents angles. Elle consiste à :

- proposer un placement optimal des différentes pièces à traiter dans les paniers des fours à traitement thermique.
- ordonnancer la production pour respecter le seuil de consommation d’énergie électrique imposé par les responsables de production chez Alcoa. Le coût de l’électricité porte non seulement sur les Kilowattheures consommés mais aussi sur le maximum de kilowatts utilisés. En effet, dans le département post-moulage, un grand afficheur de la consommation instantanée en énergie électrique est placé. Un seuil a été préalablement défini et une alarme se déclenche à chaque fois que le seuil est dépassé.

C’est dans cette optique que nous nous sommes concentrés, pour optimiser l’exploitation des outils, plus précisément des fours de fusion. Minimiser leurs coûts d’exploitation se

répercutera forcément sur les frais de l'aluminerie mais encore il permettra de raccourcir le temps de cycle du produit et ainsi déterminer sa date de sortie de l'atelier.

## 1.4 Plan du mémoire

L'organisation de ce mémoire s'articule autour de trois chapitres. Le chapitre 2 décrit, plus en détail, le département dans lequel aura lieu notre recherche, le procédé de fabrication, ainsi que les objectifs fixés. Une revue de la littérature des problèmes de placements sera présentée en deuxième partie.

Dans le chapitre 3, nous présentons les spécificités de notre problématique en la plaçant dans le cadre de la recherche scientifique. Par la suite, elle sera traduite en modèle mathématique afin de procéder à sa résolution.

Le chapitre 4 se concentre, essentiellement, sur le problème de placement des pièces dans les fours à traitement thermique. Il détaille la génération des patrons verticaux et horizontaux en présentant leurs principes et en les illustrant d'exemples.

Finalement, le dernier chapitre aura pour objet, d'une part, de décrire les instances utilisées afin de tester notre démarche et d'autre part à interpréter les résultats.

Pour conclure, nous abordons le bilan de nos travaux et nous proposons des perspectives de recherche.

## CHAPITRE 2

### DÉFINITION DU PROBLÈME ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

Au cours de ce chapitre, nous exposons la problématique industrielle à l'origine du travail présenté dans ce mémoire. Dans un premier temps, nous décrirons le contexte industriel dans lequel prend forme notre problématique. Ensuite, sera présentée une revue de la littérature sur les problèmes de type bin-packing à deux et trois dimensions.

## 2.1 Définition du problème

### 2.1.1 Procédé de fabrication

Comme annoncé précédemment, Alcoa Cast Products est une usine de transformation servant et répondant aux exigences de l'industrie de l'aérospatiale. Il s'agit du plus important producteur nord-américain de pièces d'aluminium fabriquées selon la technique du moulage de précision à modèles perdus, également appelée fonderie à modèle de cire perdu. Cette technique est principalement une activité de main d'œuvre. De ce fait, les pièces réalisées ont un coût plus élevé que dans le cas d'une production beaucoup plus automatisée. Ce type de fabrication est principalement utilisé dans l'industrie aéronautique et dans l'armement, domaines dans lesquels les tailles des séries ne justifient pas une industrialisation poussée et où, par contre, les critères de qualité sont très élevés, nécessitant un soin dans la réalisation des pièces et une quantité non négligeable de contrôles tout au long du processus de fabrication.

Nous allons décrire brièvement, les différentes étapes de la production d'une pièce moulée :

Injection sous pression : il s'agit d'obtenir le modèle de base appelé 'cire' avec un liant synthétique.

Assemblage en grappe : cette étape consiste à assembler un nombre bien déterminé de modèles et équipements en cire autour d'une armature, elle-même, en cire synthétique. L'ensemble ainsi formé est appelé 'grappe'.

Enrobage ou fabrication de la carapace céramique : elle est obtenue par enrobage de la grappe en cire via un empilage de strates de matériaux céramiques réfractaires.

Décirage ou enlèvement de la cire dans la carapace : L'évacuation du matériau pour modèles s'effectue par l'entonnoir de coulée sur lequel repose le moule carapace mis tête en bas.

Fusion de l'alliage et remplissage des moules : Le métal liquide, par l'intermédiaire de l'entonnoir, remplit les cavités du moule-carapace qui étaient, avant l'opération de décirage, occupées par la cire. L'alliage est ensuite refroidi dans la grappe.

Destruction de la carapace : une fois la solidification de l'alliage coulé est terminée, la carapace est éliminée soit par vibration ou par dissolution dans une solution donnée.

La figure 2.1, extraite de Ingenieur (2013), illustre toutes ces étapes.

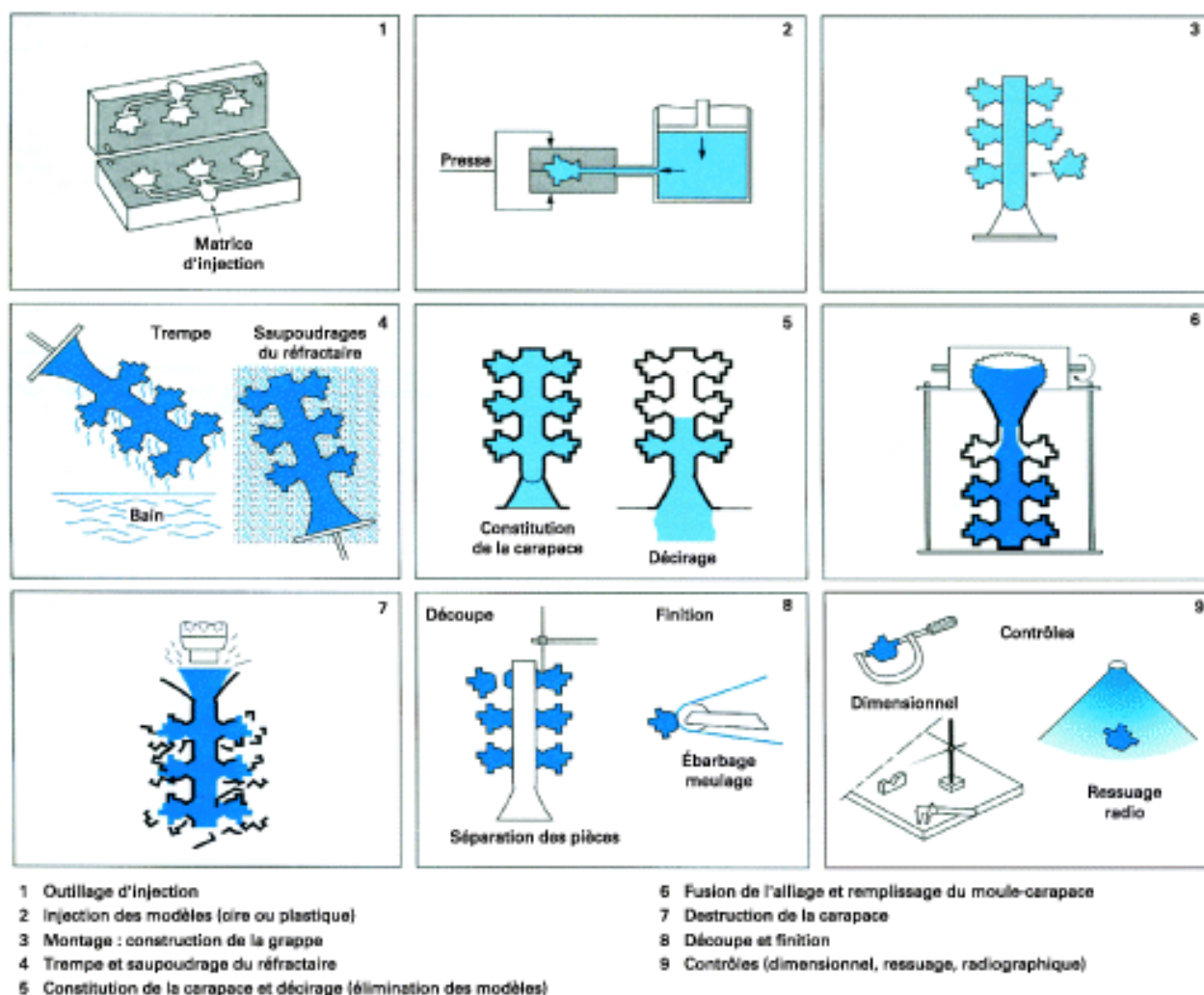


Figure 2.1 Procédé de moulage à modèle de cire perdu (Ingenieur (2013))

Une fois les pièces moulées, elles sont prêtes à subir un traitement thermique qui permet d'améliorer leurs propriétés mécaniques en leur faisant subir une combinaison de chauffage, de refroidissement et de trempe afin de faire vieillir artificiellement les pièces rapidement, améliorant ainsi leurs caractéristiques mécaniques à savoir leur dureté, leur conductivité et leur résistance.



### 2.1.2 Description des fours

Le département de traitement thermique de l'entreprise Alcoa dispose de plusieurs types de bacs de trempe, selon la nuance du matériau à traiter et la finalité demandée. Il existe :

- trempe à l'air,
- trempe à l'eau/glycol froide,
- trempe à l'eau/glycol chaude,
- CO<sub>2</sub>.

Les bacs, contenant les bacs de trempe, peuvent être soit indépendants et ouverts, soit incorporés à un four.

Pour cette étape du processus industriel, l'entreprise compte 11 fours qui assurent le traitement de l'après-moulage. Les tableaux 2.1 et 2.2 résument les spécifications de ces fours.

Tableau 2.1 Caractéristiques des fours - Dimensions

Four	Dimensions en pouce		
	Largeur\Diamètre	Longueur	Hauteur
2	36	36	36
3	36	36	36
4	36	36	36
5	36	36	36
6	36	36	36
7	35	-	48
12	36	73	36
14	36	73	36
15	48	84	48
19	48	84	48
20	48	48	84

Nous constatons que le four 19 assure l'opération de recuit. Ce traitement consiste à chauffer la pièce jusqu'à une certaine température puis la laisser refroidir lentement. Le recuit se fait après un traitement mécanique ou une opération de soudage, par exemple, afin de rendre plus homogène le matériau et lui rendre une partie de ses anciennes propriétés.

Par ailleurs, étant donné que nous allons minimiser la consommation de l'énergie électrique au sein de ce département, il nous est nécessaire de connaître la consommation énergétique de chaque type de four. Le tableau 2.3 présente la quantité d'énergie consommée par chacun des fours à plein régime.

Tableau 2.2 Caractéristiques des fours - Types de traitement

Four	Type de trempe possible
2	eau/glycol froide ou chaude ou air
3	eau/glycol froide ou air
4	eau/glycol froide ou chaude ou air
5	eau/glycol froide ou air
6	eau/glycol froide ou air
7	eau/glycol froide ou air
12	eau/glycol froide ou air
14	eau/glycol froide ou chaude ou air ou CO <sub>2</sub>
15	eau/glycol froide ou air
19	traitement de recuit
20	eau/glycol froide ou air

Tableau 2.3 Energie des fours de traitement thermique

Four	Energie (KW)
3	42
4	42
5	42
6	42
7	42
12	58
14	58
15	335
19	335
20	185

### 2.1.3 Description des pièces à traiter

Les pièces moulées fabriquées par l'entreprise Alcoa subissent différents types de traitement thermique. Chaque pièce est caractérisée par :

- ses dimensions.
- la durée de son traitement.
- l'ensemble des fours par lesquels elle peut être traitée. Cet ensemble est étroitement lié au type de trempe sélectionné.

Les tableaux 2.4 et 2.5 décrivent les 15 différents types de pièces moulées présentes en amont des fours.

Tableau 2.4 Caractéristiques des pièces - Dimensions

Pièce	Dimensions en pouce		
	Largeur	Longueur	Hauteur
1	10	33	20
2	17	32	7
3	11	32	9
4	12	32	8
5	21	32	49
6	24	31	8
7	15	21	34
8	13	21	42
9	23	23	17
10	9	22	12
11	13	19	7
12	12	17	9
13	10	17	6
14	17	24	14
15	5	16	9

Nous constatons plusieurs points en communs entre les différents types de pièces à traiter. Afin de les différencier, nous allons introduire la notion de famille. Les pièces appartenant à la même famille subissent le même traitement thermique à savoir :

- même durée de traitement,
- même type de trempe,
- même ensemble de fours admissible.

Tableau 2.5 Caractéristiques des pièces

Pièce	Durée Traitement	Fours Admis
1	23 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
2	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
3	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
4	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
5	19 heures	20
6	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
7	19 heures	15-20
8	19 heures	15-20
9	23 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
10	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
11	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
12	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
13	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
14	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20
15	13 heures	2-3-4-5-6-7-12-14-15-20

## 2.2 Définition de la problématique

Afin d’être traitées par les fours de traitement thermique, les pièces vont être déposées dans des paniers. Ces derniers peuvent être divisées en étages à l’aide de plaques placées à la hauteur désirée. Une fois les paniers remplis, ils seront insérés dans les fours.

Pour répondre à cette problématique, nous avons fait des recherches dans la littérature. Nous avons constaté que cette problématique est commune tant dans le domaine industriel que scientifique. En effet, plusieurs chercheurs se sont penchés sur le sujet afin de mieux servir les intérêts de plusieurs types d’industrie.

Dans la littérature, notre problématique est définie par les problèmes de placement ou communément appelé les *bin packing problems*. Ces derniers sont des problèmes d’optimisation qui ont pour objectif de trouver le meilleur arrangement de plusieurs pièces à placer dans un contenant plus grand et ce sans chevauchement. Il s’agit donc de maximiser le nombre de pièces placées, soit, en d’autres termes, minimiser l’espace perdu dans le contenant.

## 2.3 Revue de la littérature

En analysant la problématique posée lors de ce travail de recherche, nous avons découvert que dans la littérature, elle englobe deux grands domaines. nous pouvons la diviser en :

- problème d’ordonnancement de production.
- problème de placement.

Dans cette section, nous allons citer quelques chercheurs qui se sont penchés sur ces questions.

### 2.3.1 Problème d’ordonnancement de production

Depuis une soixantaine d’années, les académiciens travaillent sur la théorie de l’ordonnancement. Etant donné la proximité de ce champs de recherche avec la pratique, l’intérêt a toujours été croissant. Portougal et Robb (2000) ont mis l’accent sur l’importance des trouvailles dans le domaine de l’industrie. En effet, les résultats trouvés concernaient plusieurs niveaux de la production : la planification, le type, la stratégie et la durée du cycle de production.

Nombreux sont les obstacles auxquels se confronte un industriel soucieux de l’essor de son industrie. Nous en citons, à titre d’exemple, les fluctuations des demandes, le caractère non déterministe du milieu et la complexité des processus de production. Plusieurs algorithmes ont aidé les spécialistes à résoudre ces problématiques. Fonseca et Fleming (1995) ont présenté plusieurs algorithmes développés afin de résoudre les problèmes multi-objectif. Bierwirth et Mattfeld (1999) ont employé les algorithmes génétiques pour optimiser un atelier de type Job-Shop.

### 2.3.2 Problème de placement

Dans la littérature, le problème de placement (*bin packing problem*) est similaire à celui de découpe (*cutting stock problem*). Les deux relèvent de la recherche opérationnelle et de l’optimisation combinatoire et les deux ont pour objectif de minimiser les pertes qu’elles soient, de l’espace dans le cadre du problème de placement, ou des déchets dans celui du problème de découpe. Les chercheurs se sont, d’abord, attelés à résoudre le problème à une dimension pour l’étendre, ensuite, à deux, trois et même  $n$  dimensions.

### Applications industrielles

Ce genre de problème intervient essentiellement dans l’industrie et le transport. Karelahti (2002) a rédigé une maîtrise portant sur la résolution d’un problème de découpe dans le domaine de la sidérurgie. Elle a traité le problème à deux dimensions en générant plusieurs patrons de découpe. Le résultat fut satisfaisant pour son application.

Un autre domaine d’application complètement différent, il s’agit d’optimiser le remplissage des camions des compagnies de livraison, comme UPS et FedEx. Hostetler (2010) s’est penché

sur le sujet. Il a développé une heuristique pour résoudre son problème de placement à trois dimensions.

L'industrie du textile a bien profité de l'avancement de la recherche dans la résolution de ce genre de problème, aussi bien les problèmes de découpe (découpe des patrons confectionnés) que les problèmes de placement (stockage du produit fini). Farley (1988) a modélisé cette problématique avec un modèle quadratique.

L'intérêt économique de trouver des solutions plus efficaces a poussé plusieurs chercheurs à entreprendre des recherches portant sur ce problème qui est également appliqué dans d'autres domaines comme entre autres Matsumoto *et al.* (2011) dans l'industrie du papier, Madsen (1979) dans l'industrie du verre et Smith et Cani (1980) dans le remplissage de palettes.

## Historique

Les premières formulations mathématiques des problèmes de découpe et de placement ont été élaborées par Kantorovich (1939, 1959) en 1939. Un peu plus tard, Kantorovich et Zalgaller (1951) ont aidé une entreprise à calculer les meilleurs patrons pour la découpe de feuilles d'aluminium. À l'époque, il n'y avait pas de calculateurs et c'est ce qui les a mis sur la piste du développement de la méthode de génération de colonnes.

Toutefois, les pionniers de la méthode de résolution par génération de colonnes sont Gilmore et Gomory (1961, 1963). Ils ont formulé le problème de découpe à une dimension en utilisant comme variables de décision, tous les patrons de découpe réalisables. Ça consiste, en fait, à la résolution d'un problème de sac à dos unidimensionnel.

## Classification

Etant donné le large éventail des applications du problème de découpe et de placement, plusieurs versions sont apparues sous différentes appellations et définitions. Dyckhoff (1990) a proposé une classification dans le but de faciliter l'échange d'information dans les différentes disciplines. Il a défini quatre caractéristiques permettant d'organiser les problèmes de découpes et de placements :

- le nombre de dimensions du problème est la caractéristique principale.
- le type d'affectation décrit si on place toutes les pièces et les contenants ou une partie seulement.
- les caractéristiques des pièces précise si elles sont de forme identique ou différente.
- les caractéristiques des contenants précise s'ils ont tous la même forme ou s'ils sont de formes différentes.

Récemment, une autre classification a été proposée par Wäscher *et al.* (2007). Elle prend en considération d'autres spécificités qui peuvent différencier les types de problèmes de placement, les deux principales sont :

- l'orientation : les objets peuvent être à orientation fixe (cas orienté) ou bien ils peuvent être pivotés de  $90^\circ$  (cas non orienté).
- la contrainte guillotine : il s'agit de faire des coupes orthogonales parallèles aux contours des pièces.

## Méthodes de résolution

Comme dans tous les problèmes combinatoires, des méthodes exactes et heuristiques ont été proposées pour le problème de placement dans le but de trouver des solutions de bonne qualité dans un temps acceptable.

Les problèmes de découpe et de placement sont NP-difficiles. McDiarmid (1999) s'est penché sur la question et a démontré qu'il était NP-difficile de minimiser le nombre de patrons distincts générés lors de la résolution d'un problème de découpe.

### Méthodes exactes

La résolution exacte de ce genre de problème utilise des approches de programmation linéaire, notamment la génération de colonnes, ou de programmation dynamique. Martello et Vigo (1998a) ont développé une méthode de recherche par séparation et évaluation pour le problème de placement à deux dimensions. Dans sa thèse, Alves (2005) a combiné la génération de colonnes, la méthode des plans coupants et la méthode de séparation et évaluation.

Le problème de l'énumération des patrons est que nous nous retrouvons rapidement avec un nombre important de combinaisons possibles. Suliman (2001) a simplement utilisé une méthode de solution ad hoc utilisée pour résoudre les problèmes du sac à dos.

### Heuristiques

Plusieurs heuristiques ont été développées dans le but de résoudre ce type de problème. Le but est de trouver une solution de qualité satisfaisante en un temps de calcul raisonnable. D'autant plus que pour des problèmes réels, il n'est pas toujours impératif de trouver la solution optimale, mais des solutions dont la qualité et le temps de résolution sont satisfaisants.

Dans la littérature, on trouve des algorithmes en une phase et des algorithmes en deux phases. Pour n'en citer que peu, Jylanki (2010) a répertorié quelques heuristiques avec leurs variantes pour résoudre les problèmes de placement autorisant les rotations à  $90^\circ$ .

Hifi *et al.* (2009) ont développé une heuristique en deux phases qui va résoudre un problème de découpe à deux dimensions avec la contrainte guillotine.

Dans notre travail, nous nous sommes inspiré des travaux de Lodi *et al.* (1999). Ils se sont beaucoup penchés sur les problèmes du *bin-packing* aussi bien en utilisant la recherche tabou (Lodi *et al.* (2004)) qu'en proposant des algorithmes présentant des solutions exactes (Martello et Vigo (1998b)).



## CHAPITRE 3

### MODÈLE MATHÉMATIQUE

Pour prendre les décisions, l'homme modélise ses problèmes et cherche la meilleure solution par optimisation. Dans ce chapitre, une première section présentera les caractéristiques du problème industriel qui vont permettre de le modéliser. À la deuxième section, le modèle mathématique proposé est défini.

#### 3.1 Caractéristiques du problème

Nous allons revenir maintenant à notre problème d'origine qui consiste à remplir, de la manière la plus optimale possible, les fours de traitement thermique et à ordonnancer les fournées. Nous rappelons que les données dont nous disposons concernent les caractéristiques des pièces (voir tableaux 2.4 et 2.5), celles des fours (voir tableaux 2.2 et 2.3) et la demande des pièces à produire.

Les paniers à remplir sont dotés d'une caractéristique particulière. Il est possible de placer des plaques horizontales à différents niveaux et autant qu'il y a. Nous créons, ainsi, des étagères dans chaque panier. De là découle l'idée de fixer, dans un premier temps ces étagères selon les hauteurs des pièces à placer. Par la suite, nous les placerons sur les différents niveaux. Nous venons, donc, de passer d'un problème de placement à 3 dimensions à un problème qui sera résolu en deux phases. La première phase sera un problème de découpe et la deuxième consiste en un problème de placement à 2 dimensions.

De plus, notre modèle doit ordonnancer dans le temps les fournées pour respecter les contraintes d'énergie.

Dans le chapitre 2, Nous avons présenté plusieurs types de problèmes de placements ou de découpe. Nous allons, à présent, traduire notre problème industriel en termes plus scientifiques.

Ayant présenté la classification de Dyckhoff (1990), notre problématique se caractérise par :

- il s'agit d'un problème de placement à 2 dimensions dans un problème à trois dimensions.
- nous voulons placer toutes les pièces mais nous ne tenons pas, forcément, à remplir tous les fours.
- les pièces à traiter sont de forme rectangulaire mais de dimensions différentes

- les fours, ou précisément les paniers, à remplir sont rectangulaire à l’exception du four 7 qui est cylindrique.

En rajoutant les spécificités définies par Wäscher *et al.* (2007), notre problème de placement permet d’ :

- effectuer des rotations de  $90^\circ$ .
- interdire l’application de la contrainte guillotine en effectuant nos placements

La résolution de notre problème d’optimisation de l’utilisation des fours à traitement thermique se déroulera sur différentes étapes. Tout d’abord, nous allons générer deux types de patrons (combinaisons de pièces arrangées sans chevauchement) :

- Des patrons verticaux : il s’agit d’énumérer les différentes combinaisons possibles de placement des étagères pour chacun des fours selon les hauteurs des pièces à y déposer. Nous obtiendrons des étages de hauteurs  $h$  dans lesquels nous pouvons mettre des pièces moulées de hauteurs inférieures ou égales à  $h$ .
- Des patrons horizontaux : chaque niveau va être rempli de pièces à traiter selon leurs largeurs et leurs longueurs.

La figure 3.1 explicite ces deux nouvelles notions de patrons.

Ensuite, nous allons choisir les meilleures combinaisons possibles aussi bien pour les patrons verticaux que horizontaux en respectant les contraintes de notre problème. Pour ce faire, nous reformulons la problématique en modèle mathématique que nous résoudrons. Une difficulté du problème est que les pièces n’ont pas toutes le même traitement thermique. Elles sont regroupées en familles qui subissent le même type de trempe et la même durée de traitement. Chaque four ne peut pas traiter toutes les familles mais peut en traiter plusieurs. Les coûts et les capacités varient d’un four à un autre. Il faut donc, déterminer l’affectation des familles aux fours.

De plus, il faut ordonnancer les fournées en respectant la contrainte de puissance électrique maximale. La figure 3.2 illustre les étapes précédemment citées.

Comme chaque four produit une seule fournée par jour. Nous pouvons séparer les deux problématiques suivantes :

- les décisions de remplissage des fours qui doivent satisfaire la demande journalière.
- l’ordonnancement des fournées qui doit satisfaire les contraintes de puissance maximale.

Nous noterons le problème de remplissage  $P_1$  et le problème d’ordonnancement  $P_2$ .

## 3.2 Modèle mathématique du problème $P_1$

Nous proposons dans cette partie une modélisation du problème défini dans la section

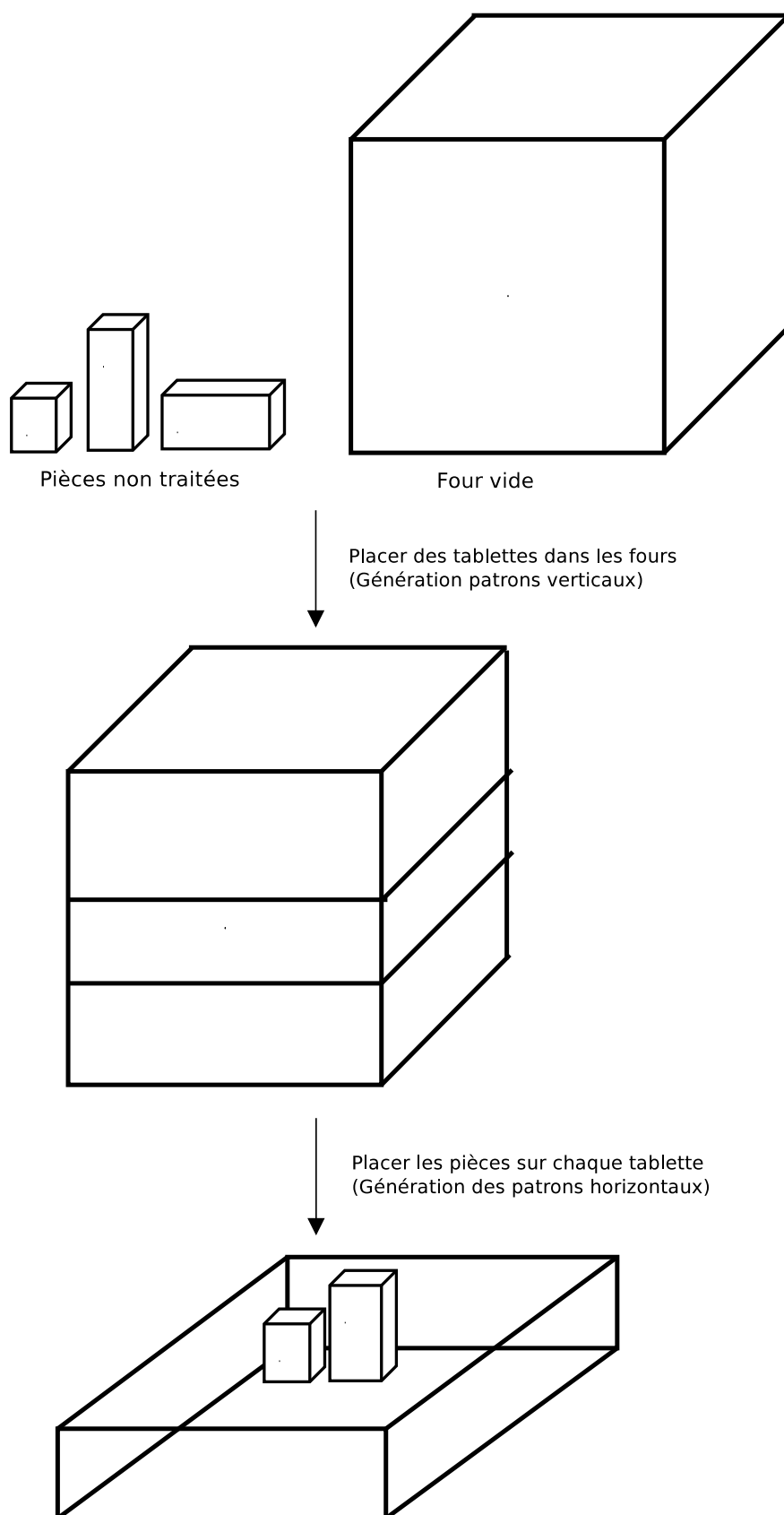


Figure 3.1 Description des patrons verticaux et horizontaux

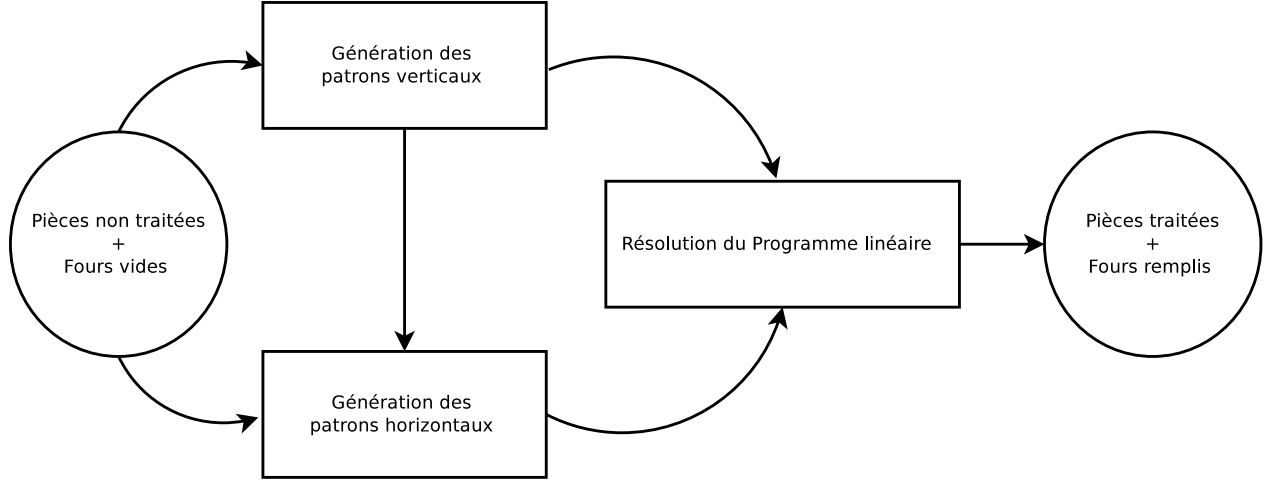


Figure 3.2 Approche de résolution de la problématique

précédente sous forme d'un programme linéaire.

### 3.2.1 Notation

Les composantes du problème que nous étudions peuvent être décrites de la manière suivante :

**Les indices :** Voici les indices que nous allons utiliser :

- $k$  : type de pièces ( $k = 1, 2, \dots, 15$ ) ;
- $j$  : tablette de hauteur  $h_j$  ;
- $i$  : patron vertical ;
- $p$  : patron horizontal ;
- $F$  : fours ( $F = 1, 2, \dots, 11$ ).

**Les paramètres :** Nous définissons les paramètres comme suit :

- $c_i$  : Coût de traitement d'un patron vertical  $i$ . Le patron  $i$  précise la famille et le four ;
- $a_{ji_F}$  : Nombre de tablettes de hauteurs  $h_j$  dans le patron  $i$  du four  $F$  ;
- $b_{kp_j}$  : Nombre de pièces de type  $k$  dans le patron  $p$  de la tablette de hauteur  $h_j$  ;
- $D_k^n$  : Demande en pièces de type  $k$  à la fin du jour  $n$  ;
- $A_k^n$  : Nombre de pièces de type  $k$  non traitées et reçues au début du jour  $n$  ;
- $P_t^F$  : Puissance instantanée consommée par le four  $F$  à l'instant  $t$  ;
- $S_k^0$  : Stock de pièces de type  $k$  non traitées à la fin du jour 0 ;
- $\bar{S}_k^0$  : Stock de pièces de type  $k$  en surplus traitées à la fin du jour 0.

**Les variables du problèmes :** les variables de notre programme linéaire sont décrites, telles que :

- $x_{iF}$  : Variable binaire = 1 si le patron vertical  $i$  est choisi pour le four  $F$  et 0 sinon ;
- $y_{pj}$  : Variable binaire = 1 si le patron horizontal  $p$  est choisi pour la tablette de hauteur  $h_j$  et 0 sinon ;
- $H_k^n$  : Production en pièces de type  $k$  faite le jour  $n$  ;
- $L_k^n$  : Places de pièces de type  $k$  non utilisées à la fin du jour  $n$  ;
- $\bar{S}_k^n$  : Stock de pièces de type  $k$  en surplus traitées à la fin du jour  $n$  ;
- $\underline{S}_k^n$  : Stock de pièces de type  $k$  non traitées à la fin du jour  $n$ .

Nous cherchons à optimiser l'exploitation des fours de traitement thermique de manière à aider l'industriel à réaliser ses objectifs à savoir :

- Réduire ses coûts de production.
- Minimiser les temps d'attente des pièces moulées en amont des fours.

### 3.2.2 Fonction objectif

La fonction objectif 3.1 minimise le coût total de fonctionnement des fours. Ceci optimise l'affectation des familles aux fours en tenant compte des coûts de traitement. De plus, l'équation tend à remplir les fours de manière à en utiliser le minimum.

$$\text{Minimiser } \sum_F \sum_i c_i * x_{iF} \quad (3.1)$$

### 3.2.3 Contraintes du problème

Le problème est soumis à quelques contraintes de différents types.

#### Contraintes reliant deux variables

$$\sum_F \sum_i a_{jiF} x_{iF} = \sum_p y_{pj} \quad \forall j \quad (3.2)$$

Nous avons rajouté la contrainte 3.2 afin de relier les variables liées aux patrons verticaux, les  $X_{iF}$ , avec celles représentant les patrons horizontaux, les  $Y_{pj}$ . Ainsi, nous générerons autant de tablettes d'une certaine hauteur  $h$  que de fours avec cette même hauteur.

## Contraintes de demande

$$\sum_j \sum_p b_{kpj} y_{pj} = H_k^n + L_k^n \quad \forall k, \forall n \quad (3.3)$$

$$H_k^n = D_k^n + \bar{S}_k^n - \bar{S}_k^{n-1} \quad \forall k, \forall n \quad (3.4)$$

$$H_k^n = A_k^n + \underline{S}_k^{n-1} - \underline{S}_k^n \quad \forall k, \forall n \quad (3.5)$$

Les contraintes 3.3 nous permettent de distinguer entre les pièces de type  $k$  placées dans les fours et l'espace resté vacant des pièces de même type. Elles n'ont pas pu être placées parce que nous n'avons pas assez de stock en amont des fours pour remplir les tablettes. La variation de l'inventaire des pièces traitées est assurée par les équations 3.4. La production en pièces de type  $k$  doit satisfaire la demande. Un stock des pièces traitées est autorisé. Avant de débiter le traitement thermique, nous avons deux sortes de pièces en amont des fours :

- celles qui sont dans l'atelier depuis la veille, représentées par le paramètre  $\underline{S}_k^{n-1}$  ;
- et celles que l'atelier a reçu au début du jour  $n$ , représentées par le paramètre  $A_k^n$ .

Les contraintes 3.5 nous assurent la présence d'assez de pièces non traitées de chaque type en amont des fours.

## Contraintes de non négativité

$$L_k^n \geq 0 \quad \forall k, \forall n \quad (3.6)$$

$$H_k^n \geq 0 \quad \forall k, \forall n \quad (3.7)$$

$$\bar{S}_k^n \geq 0 \quad \forall k, \forall n \quad (3.8)$$

$$\underline{S}_k^n \geq 0 \quad \forall k, \forall n \quad (3.9)$$

$$(3.10)$$

Les équations 3.6, 3.7, 3.8 et 3.9 montrent que les variables du problème qui ne sont pas binaires doivent être non négatives.

## 3.3 Modèle mathématique du problème $P_2$

Le modèle  $P_2$  va permettre de respecter la contrainte de l'énergie et de déployer les horaires des différentes fournées.

## Variation de la température au cours du temps

Afin d'atteindre les 800°F ou les 1030°F requis, les fours de traitement thermique passent par différentes phases. Pour les fours de Alcoa Cast Products, il faut en moyenne 67 à 145 min pour obtenir la recette thermique visée. Par la suite, la température se stabilise. Dépendamment du type de trempe et de traitement, elle peut baisser rapidement ou lentement comme dans le cas du recuit.

## Variation de la consommation d'énergie

Cette variation de température traduit une variation de l'énergie consommée :

- un pic de consommation durant la période de chauffe.
- une consommation plus faible pour le maintien de la température. Elle est estimée à 20% de la consommation maximale
- une consommation quasi-nulle pendant le refroidissement.

## Modélisation

Comme énoncé dans le tableau 2.5, en moyenne, les durées des traitement thermiques sont inférieures à 24 heures. Le mode d'opération consiste à faire au plus une fournée par four par jour. Toutes les fournées du jour  $n$  se terminent avant le début du jour  $n + 1$ . Le problème est donc, séparable par jour et le problème  $P_2$  porte sur une seule journée. Nous avons choisi de discrétiser le temps au 15 minutes. Afin de modéliser notre problème, nous définissons :

### Les paramètres :

- $t$  : Période de temps tel que  $t \in T$ , une tranche du temps ;
- $r$  : Période de temps écoulée depuis le début de la fournée, une fournée débute à  $r = 0$  ;
- $P_F^r$  : Puissance consommée par le four  $F$ ,  $r$  périodes après le début de la fournée. Cette valeur est nulle pour les  $r$  périodes avant le début de la fournée et pour les  $r$  périodes après sa fin ;

### Les variables :

- $Q_F^t$  : Variable binaire relative au four  $F$  qui vaut 1 si le traitement thermique débute au temps  $t$  et 0 sinon ;
  - $Z$  : Variable d'écart.
- Notre modèle se définit comme suit :

$$\text{Maximiser } Z \tag{3.11}$$

$$\sum_t Q_F^t = 1 \quad \forall F \quad (3.12)$$

$$\sum_F \sum_t P_F^{s-t} Q_F^t + Z \leq Seuil \quad \forall s \quad (3.13)$$

$$Z \geq 0 \quad (3.14)$$

L'équation 3.12 permet de choisir le début de chaque fournée. Chaque four  $F$  débute à un seul instant  $t$ .

L'inéquation 3.13 garantit qu'à chaque instant  $s$ , nous ne dépassons pas le seuil de la consommation d'énergie imposé par l'industriel. La contrainte est reliée aux variables de décision  $Q_F^t$  qui représentent l'utilisation des fours. Nous avons rajouter une marge de sécurité, que l'on veut la plus large possible, en introduisant la variable d'écart  $Z$ . Cette marge est utile car la consommation de l'énergie dans le reste de l'atelier n'est pas très grande mais elle est variable. La facturation porte sur la consommation maximale totale de l'atelier de traitement thermique.

Notre modèle ainsi défini est relativement simple et petit. Il s'agit d'un programme linéaire en nombres entiers.



## CHAPITRE 4

### GÉNÉRATION DES PATRONS VERTICAUX ET HORIZONTAUX

Dans ce chapitre, nous entamons le processus de résolution de notre problématique à savoir le développement des patrons horizontaux et verticaux. Nous allons décrire le principe des algorithmes et heuristiques développés, les présenter et les interpréter.

À l'issue de cette étape, nous serons en mesure de résoudre le problème mathématique présenté dans le chapitre précédent.

#### 4.1 Génération des patrons verticaux

Dans cette section, nous allons expliquer la méthode de génération des patrons verticaux, exprimés comme étant les paramètres  $a_{ji_F}$  de notre modèle mathématique dans la contrainte 3.2. Nous commençons d'abord par expliciter la notion de patron vertical. Dans notre cas, il s'agit de déterminer l'ensemble des combinaisons divisant chaque four en tablettes selon les hauteurs des pièces à traiter. L'objectif est de minimiser l'espace vertical perdu en chargeant les paniers des fours.

Les colonnes de la matrice  $a$  de notre modèle vont, donc, toutes être générées avant la résolution de notre problème. Cette technique est utilisée quand tous les patrons réalisables générés ne sont pas trop nombreux.

##### 4.1.1 Principe

La génération des patrons verticaux est obtenue en parcourant un arbre d'énumération. Nous élaborons un arbre par four. L'arbre d'énumération est construit comme suit :

- Nous commençons par trier les hauteurs des pièces selon l'ordre de la plus haute à la moins haute pièce.
- Les niveaux de l'arbre représentent les différentes hauteurs des pièces traitées simultanément.
- Le nœud de départ (niveau 1) symbolise la hauteur du four  $h_F$ .
- Les branches de niveau  $j$  d'un arbre illustrent le produit du nombre de fois que la hauteur  $h_j$  apparaît dans la combinaison  $i$  du four  $F$ .
- Ce produit représente la hauteur totale du four  $F$  réservée pour les tablettes de hauteur  $h_j$ .

- Le nœud de départ du niveau  $j$  représente la hauteur restante après avoir placé les pièces du niveau  $j - 1$ .
- Les feuilles de l'arbre indiquent l'espace restant après avoir traité toutes les pièces.

Le chemin de la racine de l'arbre jusqu'à une feuille (arbre parcouru en profondeur d'abord) représente un patron  $i$  de découpe réalisable. Les composantes de ce patron  $a_{ji_F}$  indiquent :

- les différentes tablettes de hauteur  $h_j$  qui constituent le panier associé au four  $F$ ,
- le nombre de fois qu'elles apparaissent.

La figure 4.1 résume la méthode de branchement.

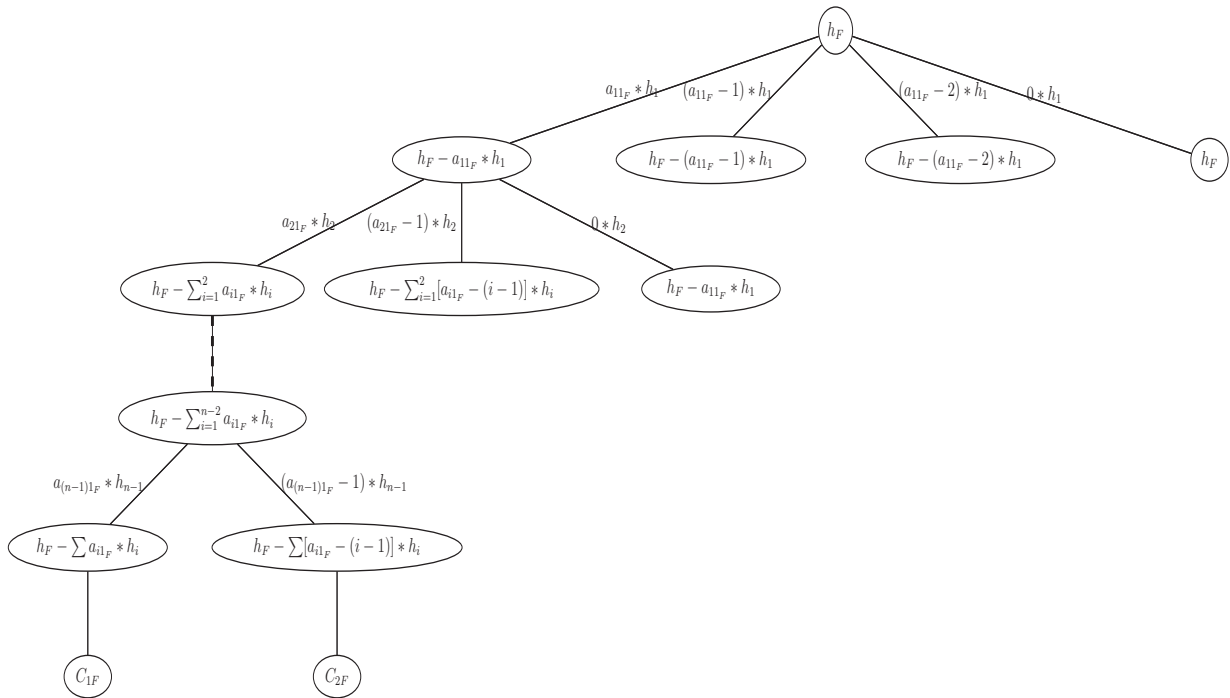


Figure 4.1 Arbre d'énumération des patrons verticaux

### 4.1.2 Algorithme

L'algorithme 1 qui suit permet de générer les patrons verticaux d'un four donné. Il s'agit, tout d'abord, de remplir la première colonne. Par la suite, en respectant certaines règles, nous générerons les colonnes restantes.

---

**Algorithme 1** : Algorithme de génération des patrons verticaux
 

---

**Données** : Familles des pièces traitées par chaque four

**Résultat** : Les patrons verticaux

initialization;

trier les pièces selon leur hauteur dans ordre décroissant;

remplir la première colonne de la matrice ( $i = 1$ ) tel que

$$a_{11_F} = \lfloor \frac{h_F}{h_1} \rfloor;$$

$$a_{j1_F} = \lfloor \frac{h_F - \sum_{z=1}^{j-1} a_{z1_F} * h_z}{h_j} \rfloor;$$

calculer l'espace perdu du premier patron tel que  $c_{1_F} = h_F - \sum_{k=1}^n a_{k1_F} * h_k$ ;

**tant que**  $j \neq 0$  **faire**

    initialiser l'index de niveau à  $j = n - 1$ ;

    générer colonne  $i = i + 1$ ;

$a_{zj_F} = a_{zj-1_F}$  ( $z = 1, 2, \dots, j - 1$ ) pour les noeuds qui précèdent le noeud courant ( $j, i$ );

$a_{ji_F} = a_{ji-1_F} - 1$  pour le noeud courant;

    pour le reste des noeuds de la colonne  $i$ ,  $a_{ji_F} = \lfloor \frac{h_F - \sum_{z=1}^{i-1} a_{zj_F} * h_z}{h_i} \rfloor$ ;

    calculer l'espace perdu de la colonne  $j$ ,  $c_{ik} = h_k - \sum_{i=1}^n a_{ji_F} * h_i$ ;

**fin**

---

Afin d'illustrer comment fonctionne cet algorithme, considérons cet exemple simple. Nous allons générer le patron vertical du four 3 qui est de hauteur  $36po$ . La famille des pièces, qui vont subir le même traitement thermique, est composée de :

- pièces de type 2 ayant pour hauteur  $7po$ .
- pièces de type 12 ayant pour hauteur  $8po$ .
- pièces de type 14 ayant pour hauteur  $14po$ .

La matrice  $[a_{ji_3}]$  associée au four 3 est obtenue en parcourant l'arbre de la figure 4.2 en profondeur d'abord.

En appliquant l'algorithme 1 nous produisons les patrons de découpe ou de placement des tablettes pour séparer le panier associé au four 3. Le patron vertical du four 3 est représenté par le tableau 4.1.

### 4.1.3 Implémentation et interprétation

L'algorithme 1 a été appliqué à notre jeu de données. Nous l'avons développé en langage JAVA. Le problème industriel n'étant pas très gros, toutes les combinaisons possibles ont été générées. Ainsi, nous avons une panoplie de scénarios nous permettant de placer nos étagères

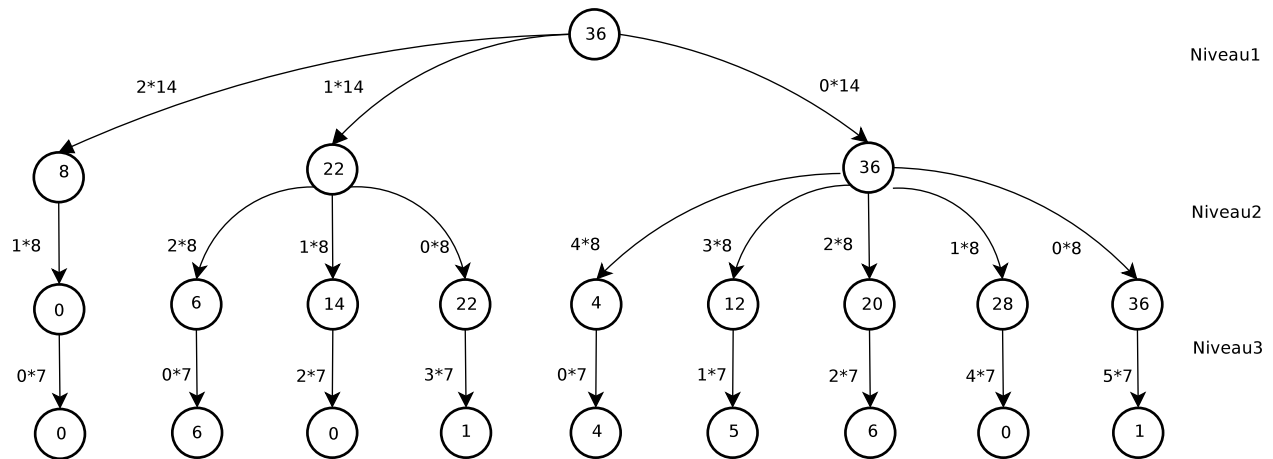


Figure 4.2 Exemple de génération de patrons verticaux

Tableau 4.1 Génération de patrons verticaux pour le four 3

Type de pièces	Combinaisons de séparation								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Hauteur 14po	2	1	1	1	0	0	0	0	0
Hauteur 9po	1	2	1	0	4	3	2	1	0
Hauteur 7po	0	0	2	3	0	1	2	4	5
Pertes en po	0	6	0	1	4	5	6	0	1

dans les paniers des fours afin de créer des tablettes. Ces dernières accueilleront les pièces de hauteur inférieure ou égale à sa hauteur.

Nous aurions pu proposer une alternative, dans le cas où le problème est plus important. Elle consiste à regrouper les pièces en sous familles de hauteurs. Les pièces ayant des hauteurs plus ou moins proches peuvent être considérées comme étant une seule hauteur.

## 4.2 Génération des patrons horizontaux

À présent, nous allons prendre en considération les longueurs et largeurs des pièces à placer. Il s'agit d'un problème de placement à deux dimensions. L'approche est différente pour résoudre ce problème. Nous n'allons pas générer toutes les combinaisons possibles pour le placement des pièces. Nous allons appliquer d'abord une heuristique qui va nous fournir un scénario de placement. Ce dernier sera inséré dans le modèle. Nous allons, ensuite, appliquer une heuristique qui va nous fournir plusieurs scénarios de placement.

### 4.2.1 Principe

Notre objectif est donc de générer un patron ou un groupe de pièces arrangées sur une étagère sans chevauchement. Il faut, tout de même, en placer le maximum sur une tablette, ce qui revient à minimiser les pertes ou l'espace non utilisé. Cet algorithme est assez intuitif, nous allons appliquer l'adage chinois qui dit :

- Le coin est d'or,
- Le côté est d'argent,
- Le centre est de l'herbe.

Nous allons donc entamer le placement des pièces avec une pièce placée dans un coin du panier (le coin inférieur gauche par exemple). Par la suite, nous allons essayer de longer les côtés du panier et essayer de tasser le plus possible les pièces. Il est clair que commencer par mettre une pièce au beau milieu du panier ne va pas optimiser notre démarche.

Les pièces moulées prêtes à être traitées doivent :

- avoir une hauteur inférieure ou égale à celle de la tablette ;
- subir le même type de trempe ;
- avoir la même durée de traitement.

Une fois notre ensemble d'éléments est prêt, nous allons définir une structure de données qui va donner les informations dont nous avons besoin pour placer chacune des pièces. Cette structure est composée de 5 champs :

- le plus long côté de la pièce,

- le plus court côté de la pièce,
- l'orientation qui est égale à 0 si la pièce est placée selon son plus long côté et à 1 sinon.
- deux champs pour les coordonnées  $(x, y)$  du coin inférieur gauche de la pièce.

Nous allons donc dupliquer chaque pièce (sens horizontal et sens vertical). Elles seront traitées comme deux pièces distinctes. Une fois l'une des deux est placée la deuxième sera automatiquement rayée de la liste d'attente.

Par la suite, nous trions les pièces dans l'ordre décroissant selon leur plus long côté. Nous allons placer en premier les pièces les plus volumineuses.

La figure 4.3 illustre un premier placement. La pièce est mise dans le coin inférieur gauche du panier du four. Nous avons divisé l'espace avec la ligne  $A$  puis une autre division de l'espace en dessous de la ligne  $A$  avec la ligne  $B$ . La pièce 1 est donc cernée par les lignes  $A$  et  $B$ .

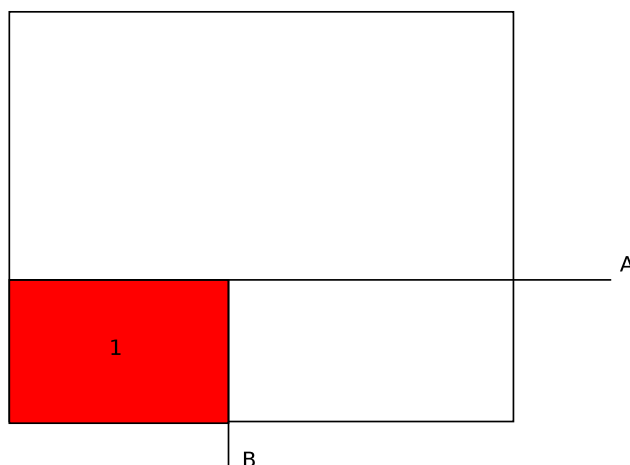


Figure 4.3 Placement de la première pièce

À la suite de cette action, un arbre d'énumération est généré. L'introduction de la ligne horizontale  $A$  va créer deux autres espaces : au-dessus et au-dessous de  $A$ . C'est ce qui va engendrer une première énumération à partir du nœud  $A$ . Par la suite, la ligne  $B$  va diviser l'espace en à droite et à gauche de  $B$ . D'où, un second branchement à partir du nœud  $B$ . La figure 4.4 illustre l'évolution de l'arbre d'énumération binaire.

Lorsque nous allons insérer la prochaine pièce, nous allons d'abord vérifier si elle peut être placée au dessous de la ligne  $A$ . Si c'est le cas, nous allons voir si elle peut être placée à gauche de  $B$ . Si le coin est déjà occupé, nous vérifions la faisabilité à droite de  $B$ . Une fois un emplacement adéquat est trouvé, nous plaçons la pièce 2 et nous divisons l'espace une seconde fois, verticalement et horizontalement. La figure 4.5 décrit ce deuxième placement.

Chaque branchement correspond au placement d'une pièce. Nous aurons donc autant de branchement que de pièces. En remontant dans l'arbre nous pouvons localiser chaque pièce

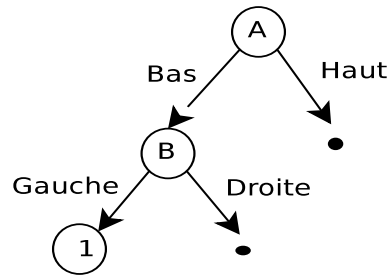


Figure 4.4 Arbre d'énumération associé à la première pièce

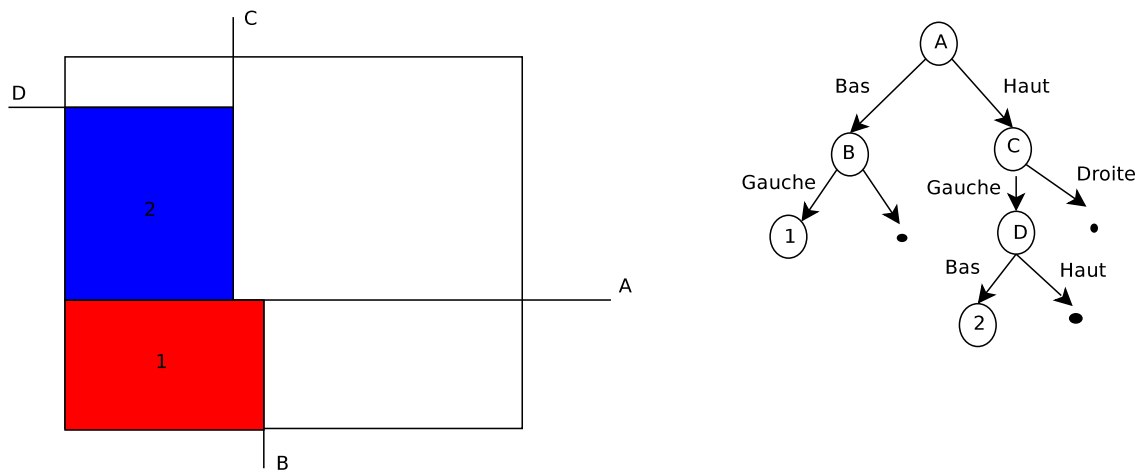


Figure 4.5 Placement de la deuxième pièce

en identifiant les lignes horizontales et verticales qui la délimitent.

### 4.2.2 Algorithme

L'algorithme 2 décrit la démarche à suivre afin d'effectuer le branchement de l'arbre. Nous avons autant de branches que de pièces à placer.

---

**Algorithme 2** : Algorithme de génération des patrons horizontaux
 

---

**Données** : Familles des pièces à placer

**Résultat** : Algorithme de génération des patrons horizontaux

Initialization;

Définir le quintuplet qui décrit chaque pièce;

Trier les pièces selon leur plus long côté dans ordre décroissant;

Générer la liste d'attente des pièces à placer;

Placer la plus grande pièce dans le coin inférieur gauche;

Tracer une ligne horizontale qui longe un des côtés de la pièce;

Tracer une ligne verticale qui longe l'autre côté de la pièce;

**tant que** *la liste d'attente est pleine* **faire**

**si** *pièce s'insère au dessous de la ligne horizontale* **alors**

**si** *pièce s'insère à gauche de la ligne verticale* **alors**

            | Placer la pièce;

**sinon**

**si** *pièce s'insère à droite de la ligne verticale* **alors**

                | Placer la pièce;

**sinon**

                | Arrêt;

**fin**

**fin**

**sinon**

        | Placer la pièce au dessus de la ligne horizontale;

**fin**

Tracer une ligne horizontale qui longe un des côtés de la pièce;

Tracer une ligne verticale qui longe l'autre côté de la pièce;

**fin**

---

### 4.2.3 Implémentation et interprétation

L'algorithme 2 a été implanté en langage JAVA. Nous constatons qu'en plaçant les pièces, l'algorithme tend à les tasser le plus possible. Ainsi, à chaque itération, la frontière qui délimite les pièces placées est plus ou moins lisse, comme le démontre la figure 4.6.





Pour tirer de bon résultats de ce modèle, il faut offrir plusieurs combinaisons possibles de patrons horizontaux et verticaux.

C'est pour cette raison que nous avons généré tous les patrons verticaux (étant donné qu'ils n'étaient pas trop nombreux). Par contre étant donné que les patrons horizontaux sont plus nombreux, et du coup, plus difficiles à énumérer. Nous présentons une approche heuristique générant un nombre raisonnable de patrons horizontaux qui offrent de bonnes possibilités de se combiner avec les patrons verticaux pour produire une bonne solution. Les qualités recherchées sont :

- des patrons horizontaux pour chaque hauteur apparaissant dans les patrons verticaux.
- pour un choix de patrons verticaux pour chaque four, il faut des patrons horizontaux complémentaires. La somme des pièces contenues dans ces patrons doit être suffisante pour satisfaire la demande.

Pour chaque hauteur  $h$ , chaque famille  $F$  et chaque hauteur de four  $G$ , on détermine d'abord le nombre maximum de patrons qui peuvent être utilisés le même jour. C'est la somme, sur les fours de cette hauteur pouvant traiter cette famille, des maximums dans un des patrons verticaux du nombre de répétitions de la hauteur  $h$ . Soit  $M(h, F, G)$  ce nombre.

Pour chaque famille  $F$ , on considère tous les ordres de classement des hauteurs de fours  $G$ . Pour chaque ordre  $(G_1, G_2, \dots, G_n)$  et chaque  $h$ , on énumère ensuite  $M(h, F, G_1)$  patrons de hauteur  $G_1$ ,  $M(h, F, G_2)$  patrons de hauteur  $G_2$  jusqu'à  $G_n$  en appliquant l'algorithme 2 sur la suite des pièces candidates en éliminant par la suite les pièces placées.

## CHAPITRE 5

### RÉSOLUTION DU PROBLÈME

Ce chapitre présente la mise en application de la solution proposée dans les chapitres précédents. Dans un premier temps, nous rappelons la problématique posée dans ce mémoire. Par la suite, nous décrivons les données numériques du problème. Enfin, Les résultats de la résolution en nombres entiers de notre problème sont exposés et discutés.

#### 5.1 Rappel de la problématique

Comme défini précédemment, nous proposons d'ordonnancer l'atelier de traitement thermique de l'entreprise Alcoa Cast Products. Cette action nécessite le regroupement de plusieurs pièces afin de les traiter simultanément. Ces groupes sont sélectionnés selon le type de traitement que les pièces les constituant subissent. Nous formons, ainsi des familles. Une famille est donc un ensemble de pièces qui subissent le même traitement thermique.

L'intérêt d'étudier ce type de problème, à part leur mise en service coûteuse, vient du fait que les temps d'opération des machines à traitement par lots (fours) sont souvent beaucoup plus longs que ceux des autres machines. Ceci peut alors ralentir le flot dans l'atelier et créer des goulots d'étranglement.

Par conséquent, toute amélioration dans l'ordonnancement des ces machines peut entraîner des gains importants pour l'ensemble des opérations de l'atelier.

Le problème d'ordonnancement auquel nous faisons face peut avoir un nombre élevé de solutions réalisables même avec un petit nombre de types de pièces et de fours.

En effet, l'ordre de traitement des familles, c'est à dire l'ensemble de pièces pouvant être traitées simultanément par un four, sans même considérer les choix des pièces à traiter dans chaque panier, est de l'ordre de :

$$\frac{(\sum_{f=1}^N l_f)!}{\prod_{f=1}^N l_f!} \quad (5.1)$$

où  $l_f$  est le nombre de lots de la famille  $f$  traités durant la période d'ordonnancement.

Afin d'illustrer l'équation 5.1, nous considérons 5 familles et 2 lots de chaque famille pouvant être traités par un four. Le nombre de combinaisons est de l'ordre de :

$$\frac{(2 * 5)!}{(2!)^5} = 113400$$

Il est, alors, clair que le nombre de solutions augmente très rapidement avec le nombre de familles et de lots traités, ce qui rend la solution optimale extrêmement difficile à trouver. Si nous avons  $k$  fours qui peuvent traiter la même famille le calcul est le même. Nous divisons la famille en lots qui seront affectés aux fours tels que le premier lot est pour le premier four, le second pour le deuxième four, etc.

Notons, toutefois, que le nombre de lots pouvant être traités croît avec le nombre de fours et que le nombre de combinaisons devient très grand. Si nous avons plusieurs groupes de fours qui traitent des familles différentes, le nombre d'ordonnements est le produit des nombres d'ordonnements pour chaque groupe de fours.

Si les familles ne se partitionnent pas entre les fours, le calcul est plus complexe. Par exemple, deux familles vont dans un même four mais une seule des deux va dans un deuxième four. Dans ce cas, nous avons souvent plus de familles et de lots pouvant être affectés à un groupe de fours. Ceci donne de grands nombres de combinaisons. Le nombre d'ordonnement total est moindre que le produit des nombres d'ordonnement pour chaque groupe de fours car certains lots ne peuvent être à la fois dans deux ordonnancements.

La pertinence de l'énumération de ces quelques scénarios consiste à affirmer le très grand nombre d'ordonnements auquel nous faisons face.

C'est pour cette raison que nous avons développé une méthode de résolution sans avoir recours à l'énumération de toutes ces possibilités. Cette méthode consiste à résoudre un modèle d'optimisation qui choisit des lots qui utilisent les fours sous les contraintes de produire des pièces de chaque famille satisfaisant la demande pour chaque période de temps. Ceci nous permet d'avoir des horaires de production des pièces dans l'atelier qui soient compatibles avec la demande.

Avant de proposer notre solution au problème d'ordonnement des fours de traitement thermique, il est important de décrire la solution utilisée par le responsable de la production. En effet, l'ordonnement du passage des pièces dans les fours se fait avec des règles de décision assez simples. L'opérateur place dans les paniers les pièces qu'il juge urgentes en premier, puis il en rajoute d'autres dans l'espace libre. Un stock d'en-cours se crée.

## 5.2 Instance traitée

Dans la section 2.1, nous avons décrit l'atelier au sein duquel notre problématique prend forme. L'entreprise dispose de 11 fours de traitement thermique. Nous allons effectuer l'ordonancement de 10 d'entre eux. Le four 19 étant destiné à l'opération de recuit, nous n'allons pas l'inclure dans notre étude. Il y a 15 types de pièces moulées. Celles-ci ont des dimensions, types de trempe et durées de traitement différentes.

Le tableau 5.1 illustre la composition des familles de pièces.

Tableau 5.1 Description des familles de pièces

Famille	Pièces	Durée	Fours	Type.traitement
Fam1	2-3-4-6-10-11-12-13-14	19 heures	3-4-5-6-7-12-15-20	W/G froide
Fam2	5	19 heures	20	W/G froide
Fam3	7-8	19 heures	15-20	W/G froide
Fam4	1-9	23 heures	3-4-5-6-7-12-15-20	W/G froide
Fam5	15	13 heures	2-3-4-5-6-7-12-14-15-20	Air

Les familles ainsi définies, il nous est plus facile de savoir celles qui peuvent être regroupées et être traitées par le même four. Le tableau 5.2 énumère les familles traitées par chacun des fours. L'information est la même que celle représentée par le tableau 5.1. Cette redondance est voulue dans le but de mettre l'emphasis sur les fours et les familles correspondantes à chacun d'entre eux.

Tableau 5.2 Correspondance des Fours - Familles

Fours	Familles
3-4-5-6-7-12	Fam1 - Fam4 - Fam5
2-14	Fam5
15	Fam1 - Fam3 - Fam4 - Fam5
20	Fam1 - Fam2 - Fam3 - Fam4 - Fam5

Avant d'entamer la résolution de notre problématique, nous allons avancer que nous autorisons le traitement de paniers partiellement remplis, s'il n'y a pas assez de pièces pour faire fonctionner le four à pleine capacité.

Le jeu de données traité ici porte sur une période de 1 jour.

## 5.3 Résultats

Afin de développer la méthode de résolution suggérée, nous avons eu recours au langage de programmation JAVA. Il s'agit d'un langage orienté objet produit par Sun Microsystems et servant à développer des applications qui peuvent s'exécuter sur tout type de machine.

Tout d'abord, nous allons commencer par développer les algorithmes de la génération des patrons verticaux et horizontaux. Ces derniers constitueront par la suite des fichiers d'entrée à exploiter lors de la résolution du problème  $P_1$  et par la suite celui de  $P_2$ .

### 5.3.1 Génération des patrons verticaux

Nous avons implémenté l'algorithme 1. Ce dernier nécessite à son démarrage deux principales données :

- la description des fours.
- la description des pièces.

Ces deux données ont été saisies dans un fichier nommé *data.dat*.

Le tableau 5.3 montre les hauteurs de tablettes associées à chaque famille. Elles sont classées en ordre décroissant de hauteurs.

Tableau 5.3 Demande en pièces par type de hauteurs pour les différentes familles

Familles	Type de pièces	Hauteurs	Demande en pièces
1	14	14	1
	10	12	3
	3	9	4
	12	9	2
	4	8	3
	6	8	1
	11	7	2
	2	7	2
	13	6	3
2	5	49	1
3	8	42	2
	7	34	2
4	1	20	1
	9	17	2
5	15	9	2

Il est possible de regrouper des pièces ayant des hauteurs identiques ou proches. À titre d'exemple, nous aurions pu regrouper les pièces de hauteur  $8po$  et  $9po$ . Nous aurions formé une sous-famille qui serait placée sur la même étagère. Ceci faciliterait l'énumération des patrons verticaux dans le cas où nous aurons un nombre important de types de pièces à traiter.

L'algorithme 1 est associé aux fours, étant donné qu'il génère des combinaisons de placement des étagères pour chacun des fours. Nous l'avons appliqué sur les 10 fours disponibles. Le nombre de lignes de chaque patron est égal au nombre de hauteurs de pièces traitées par le four. Le nombre de colonnes correspond à toutes les combinaisons possibles de placement des hauteurs dans un panier.

$$\begin{array}{l} \text{Type 1} \\ \text{Type j} \\ \text{Type n} \end{array} \begin{pmatrix} a_{11_F} & \cdots & a_{1J_F} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1_F} & \cdots & a_{nJ_F} \end{pmatrix}$$

où  $a_{ji_F}$  correspond au nombre de tablettes de hauteurs  $h_j$  présente dans la combinaison  $i$  associée au four  $F$ .

Ces patrons, ainsi obtenus, seront considérés comme des paramètres qui vont nous aider à résoudre le problème  $P_1$ .

À l'issu de cette implémentation, nous avons généré plus de 80 000 colonnes pour certains fours. Ce qui nous a permis d'avoir un éventail de choix de combinaisons utile lors de la résolution du problème  $P_1$ .

Toutefois, nous constatons qu'il y a des pertes au niveau des hauteurs. Le tableau 5.4 illustre le pourcentage d'espace en hauteur non utilisé dans chaque four. Cette perte est de moins de 10% mais elle reste tout de même considérable. Le responsable de la production doit laisser une marge ou un espace entre les différentes tablettes pour qu'il n'y ait pas de frottements avec les pièces à traiter. Si nous regardons de plus près le tableau, la première colonne montre le pourcentage des pertes en hauteurs dû à l'espace de  $2po$ . La deuxième colonne, quand à elle, affiche le pourcentage des pertes sans considérer l'espace de  $2po$  entre les tablettes. La troisième colonne est la somme des deux précédentes.

Nous constatons qu'une portion considérable de la perte totale en hauteur est due à cette marge gardée entre les hauteurs. Par exemple, pour les fours 2, 14 et 20, la perte aurait été nulle avec un espace égal à 0. Nous pouvons donc dire que les résultats obtenus en appliquant l'algorithme 1 dépendent fortement de ce paramètre.

Tableau 5.4 Pourcentage d'espace en hauteur non exploité par four

Four	% pertes espace= $2po$	% pertes espace=0	% pertes totales
2	8.3	0	8.3
3	3.14	6	9.14
4	3.14	6	9.14
5	3.14	6	9.14
6	3.14	6	9.14
7	1.62	4.48	6.10
12	3.14	6	9.14
14	8.3	0	8.3
15	1.6	4.48	6.08
20	3.69	0	3.69

À présent, et pour chacun des fours à ordonnancer, nous allons montrer la distribution des patrons générés par l'algorithme 1 en fonction du pourcentage de perte totale. Les figures obtenues vont nous permettre de reconnaître les fours ayant le plus grand nombre de patrons avec un pourcentage de perte nul ou presque nul.

Les figures 5.1, 5.2, 5.3 5.4 et 5.5 illustrent la distribution des pertes en hauteur de quelques fours de traitement thermique. Nous constatons que le four 20 a la meilleure distribution. Ceci s'explique par sa grande taille. Il présente, ainsi, la plus grande variété de combinaisons. L'optimiseur devrait choisir les patrons représentant peu de pertes.

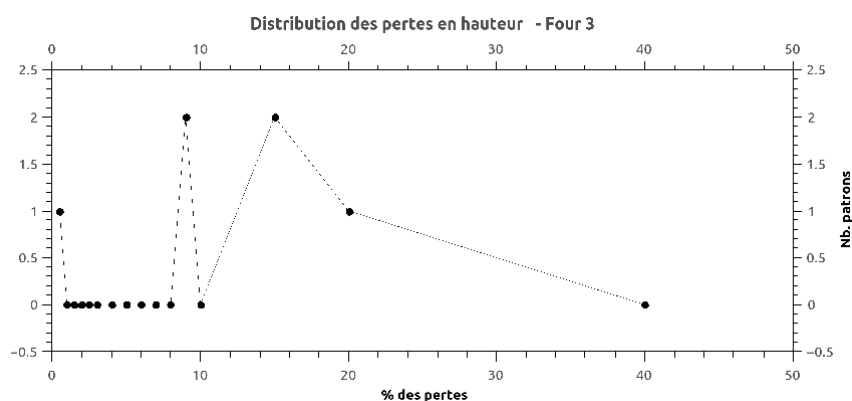


Figure 5.1 Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 3



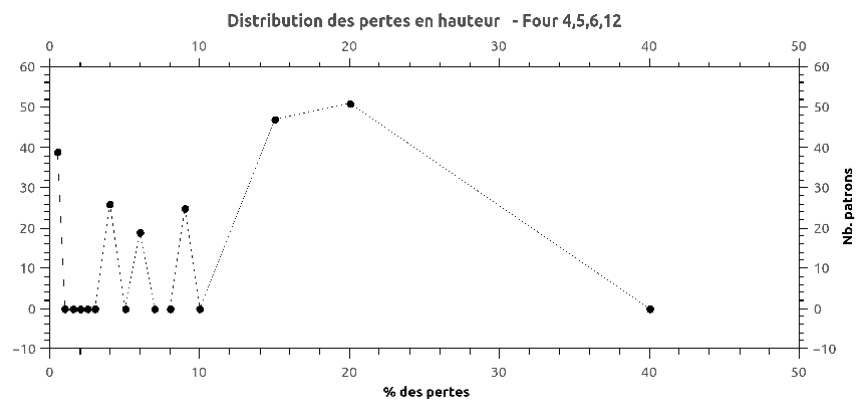


Figure 5.2 Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 4,5,6,12

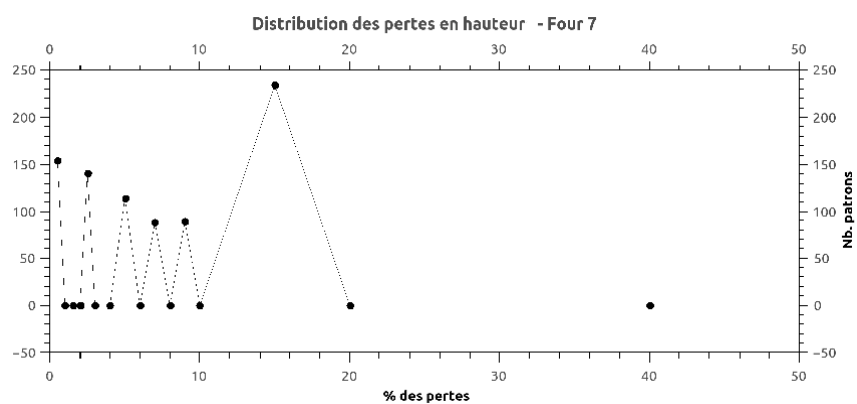


Figure 5.3 Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 7

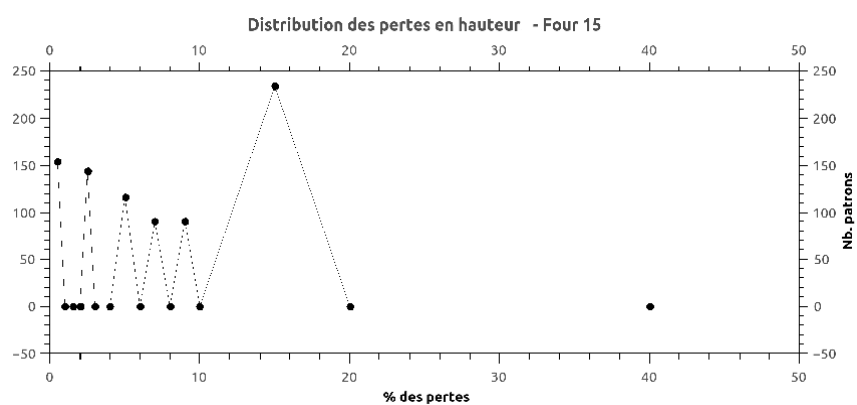


Figure 5.4 Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 15

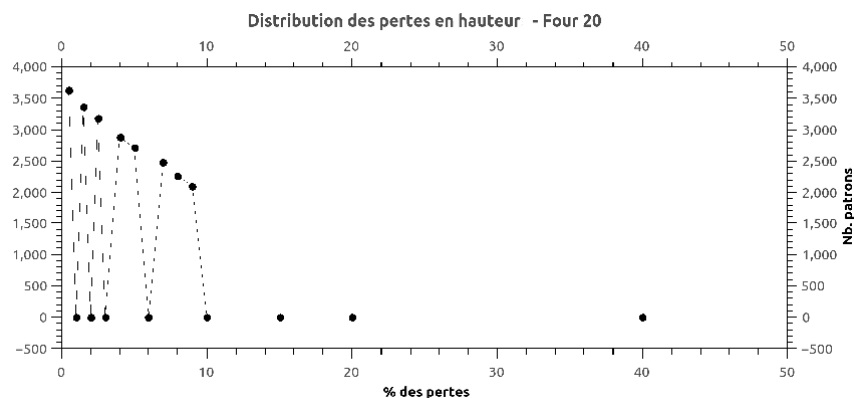


Figure 5.5 Distribution des patrons en fonction des pertes - Four 20

### 5.3.2 Génération des patrons horizontaux

Comme expliqué précédemment dans le mémoire, la génération de patrons horizontaux requiert deux fichiers d'entrées :

- le fichier *Data.dat* décrit dans la section précédente.
- le fichier *PatternV.txt* issu de la génération des patrons verticaux.

La figure 5.6 illustre la relation entre les patrons verticaux et les patrons horizontaux. À gauche, nous avons une combinaison de tablettes pour un four donné et à droite, nous avons une vue en plan de la première tablette. Dans cette dernière, nous allons placer différentes pièces.

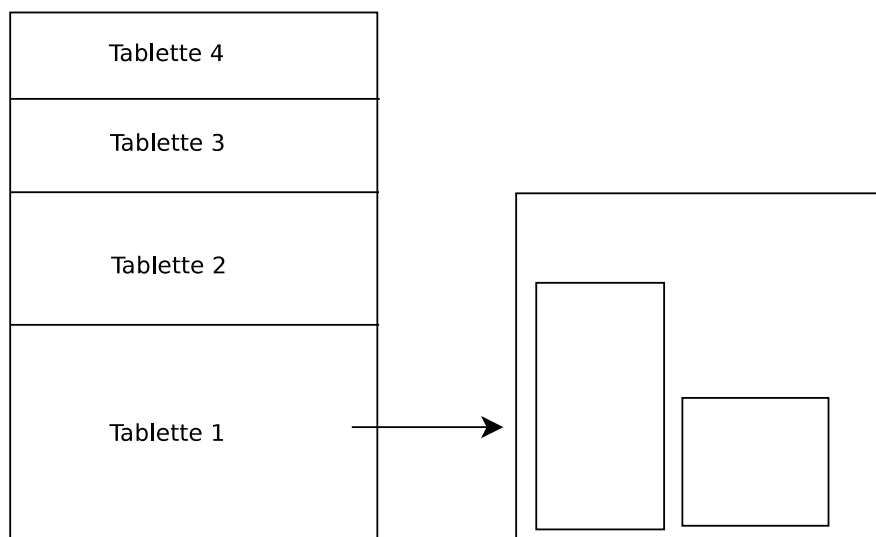


Figure 5.6 Principe de génération des patrons horizontaux

En résumé, pour chaque tablette de four nous allons trouver l'ensemble des pièces appartenant à la même famille qui peuvent y être mises.

Nous allons prendre, à titre d'exemple, le four 20 et choisir une des combinaisons de patrons obtenue à l'issue de la génération des patrons verticaux. Le four 20 est décomposé de bas en haut en :

- 1 tablette de hauteur  $34po$
- 2 tablettes de hauteur  $17po$
- 1 tablettes de hauteur  $12po$

Nous allons utiliser l'algorithme 2 pour trouver des combinaisons de placement à chaque tablette.

Pour la tablette de hauteur  $34po$ , nous obtenons le tableau 5.5 :

Tableau 5.5 Remplissage d'une tablette de hauteur  $34po$  du four 20

Dimensions de la tablette	$48po*48po$
Nombre de pièces placées	6
Type des pièces placées	2-3-7-7-11-12
% de remplissage	84.86%

Le four 20 est le plus grand four de l'atelier de traitement thermique. Nous constatons qu'il aurait pu contenir davantage de pièces étant donné que le pourcentage d'espace libre n'est que de 15.14%.

Le tableau 5.6 résume le placement pour la tablette de hauteur  $17po$ .

Tableau 5.6 Remplissage d'une première tablette de hauteur  $17po$  du four 20

Dimensions de la tablette	$48po*48po$
Nombre de pièces placées	6
Type des pièces placées	6-10-11-11-13-14
% de remplissage	87.42%

Nous effectuons un autre placement pour la seconde tablette de hauteur  $17po$ . Nous allons exécuter l'algorithme de manière à choisir des pièces qui n'ont pas encore été placées. Nous obtenons le tableau :

Comme indiqué dans le tableau 5.7, nous obtenons une autre combinaison de pièces pouvant remplir la tablette de hauteur  $17po$  avec plus d'espace perdu.

Finalement, nous remplissons la dernière tablette du four 20.

Tableau 5.7 Remplissage d'une deuxième tablette de hauteur  $17po$  du four 20

Dimensions de la tablette	48po*48po
Nombre de pièces placées	5
Type des pièces placées	2-3-4-11-12
% de remplissage	75.14%

Tableau 5.8 Remplissage d'une tablette de hauteur  $12po$  du four 20

Dimensions de la tablette	48po*48po
Nombre de pièces placées	5
Type des pièces placées	2-3-4-11-12
% de remplissage	75.14%

Pour conclure, nous venons de remplir le four 20 de l'atelier de traitement thermique. Nous avons pu y placer 21 pièces de tous les types admissibles dans les tablettes.

Il faut tout de même noter que le taux de remplissage et les combinaisons obtenues dépendent fortement de l'espace laissé entre les différentes pièces. De plus, nous nous retrouvons souvent dans la situation où les pièces sont grandes et nous n'avons pas de petites pièces pouvant remplir les espaces vides.

Nous n'avons pas jugé nécessaire d'étudier le taux de remplissage des fours en fonction de ce paramètre, c'est-à-dire l'espace entre les pièces, car le responsable du chargement se doit de respecter la distance précisée dans le cahier des charges afin de ne pas abîmer les pièces placées.

À présent, nous allons illustrer l'algorithme 2 sous un autre angle. Nous allons considérer le four 4 traitant la famille *Fam1*. Nous allons montrer les différentes combinaisons de pièces remplissant les hauteurs de ce four.

Nous constatons que le four 4 admet 6 types de hauteurs, à savoir les tablettes de hauteurs :  $6po$ ,  $7po$ ,  $8po$ ,  $9po$ ,  $12po$  et  $14po$ .

Nous considérons les hauteurs une à la fois et nous énumérons les différentes pièces qui peuvent le constituer :

- Tablette de hauteur  $6po$  : un seul type de pièces est admissible dans cette tablette qui est la pièce 13. Nous pouvons en placer 6.
- Tablette de hauteur  $7po$  : 3 types de pièces sont admissibles dans cette tablette qui sont les pièces de type 2, 11 et 13. La matrice ci-dessous résume les différentes possibilités de placer ces pièces.

$$\begin{array}{l}
\text{Pièces type 2} \\
\text{Pièces type 11} \\
\text{Pièces type 13}
\end{array}
\overbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}}^{\text{Patrons}}$$

- Tablette de hauteur  $8po$  : 5 types de pièces peuvent y être placées, à savoir les pièces de type 4, 6, 2, 11 et 13.

$$\begin{array}{l}
\text{Pièces type 4} \\
\text{Pièces type 6} \\
\text{Pièces type 2} \\
\text{Pièces type 11} \\
\text{Pièces type 13}
\end{array}
\overbrace{\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}}^{\text{Patrons}}$$

- Pour les tablettes de hauteurs  $9po$ ,  $12po$  et  $14po$  : nous énumérons, comme pour les autres tablettes les différentes combinaisons. Nous obtenons un nombre important de patrons défini dans le tableau 5.9. C’est pour cette raison que nous ne les avons pas représentées dans ce mémoire.

Tableau 5.9 Nombre de patrons associé à chaque tablette

Hauteur de tablette	Nb patrons
hauteur $9po$	48
hauteur $12po$	81
hauteur $14po$	92

Pour chacune des familles, nous avons généré, dans la mesure du possible, plusieurs patrons horizontaux. Ceci, dans le but de donner au solveur une panoplie de combinaisons lui permettant de choisir les meilleures d’entre elles.

Tous les patrons horizontaux générés pour chacune des tablettes de hauteur  $h$  seront utilisés comme paramètres dans la résolution du problème  $P_1$ .

### 5.3.3 Résolution du problème $P_1$

Pour résoudre notre problème, nous avons eu recours à la version 12 de Cplex Optimizer appelée depuis JAVA. Il est actuellement la référence en termes de solveur de programmation linéaire en nombres entiers. Cplex est un solveur commercial implémentant la méthode du simplexe. Il est à noter que les mécanismes intervenants dans l’algorithme d’évaluation et séparation sont déjà intégré dans le solveur Cplex. Nous nous sommes placés d’un point de

vue utilisateur tout au long de notre recherche.

Les trois fichiers d'entrées sont :

- *PatternV.txt* : ensemble des patrons verticaux
- *PatternH.txt* : ensemble des patrons horizontaux
- *Input.dat* : demande en pièces, stock des pièces traitées et stocks des pièces non traitées.

Nous constatons que les temps de calculs sont très négligeables de l'ordre de dizaines secondes.

Le tableau 5.10 présente le nombre de variables et de contraintes traitées par Cplex Optimizer. L'essai a été effectué sur une période de 1 jour ( $n = 1$ ).

Nb Variables :

$$|X_{i_F}| = \text{Somme sur les fours du nombre des patrons verticaux} = 420000$$

$$|Y_{pj}| = \text{Nombre des patrons horizontaux} = 500000$$

$$|H_k^n| = |n| * |k| = 1 * 15 = 15$$

$$|L_k^n| = |n| * |k| = 1 * 15 = 15$$

$$|\bar{S}_k^n| = |n| * |k| = 1 * 15 = 15$$

$$|S_k^n| = |n| * |k| = 1 * 15 = 15$$

Nb Contraintes :

$$\text{Cont}(3.2) = 15$$

$$\text{Cont}(3.3) = 15$$

$$\text{Cont}(3.4) = 15$$

$$\text{Cont}(3.5) = 15$$

Tableau 5.10 Caractéristiques du problème  $P_1$

Nombre de variables	$\simeq 1000000$
Nombre de contraintes	$\simeq 100$

Quand on augmente le nombre de jours  $n$ , le nombre de variables n'augmente pas de beaucoup. Le nombre de contraintes, quant à lui, croît linéairement avec le nombre de jours

mais il reste petit.

Nous avons appliqué la résolution du problème  $P_1$  à l'instance de données définies plus haut.

Nous avons fait appel aux algorithmes définis précédemment pour générer les patrons verticaux de chaque four et les patrons horizontaux de chaque tablette. Par la suite, nous les avons intégrés dans notre modèle mathématique en tant que paramètres pour le résoudre.

Les temps de calcul sont de l'ordre de quelques secondes. Il n'est pas pertinent de les étudier.

Le modèle mathématique nous a permis d'obtenir une solution réalisable et optimale pour placer toutes les pièces à traiter par les fours. Le tableau 5.11 nous permet d'analyser la solution proposée par le solveur.

La première colonne nous informe sur la liste des fours qui ont été utilisés. Les fours 2, 6, 7 et 14 n'ont pas été exploités par cette solution.

La deuxième colonne montre le pourcentage de remplissage des patrons verticaux sélectionnés. Nous constatons que le placement d'étagère n'est pas optimal pour certains fours. En effet, le four 20 est rempli à moitié verticalement. Ceci s'explique par le fait que la famille *Fam2* ne peut être traitée que par lui et que nous avons une demande d'une seule pièce. Nous pouvons aussi nous retrouver dans le scénario où la demande en pièces est très faible comparée à la capacité des fournées. Nous nous retrouvons dans ce cas avec des fours partiellement remplis. Toutefois, s'il est envisageable de stocker des pièces traitées, nous pourrions en produire plus tout en respectant l'appartenance des pièces aux différentes familles.

Le taux de remplissage des tablettes est décrit par la troisième colonne. Nous constatons que les fours 3 et 4 sont pleins. Ils traitent la famille *Fam1* qui dispose d'une grande variété de pièces du point de vue de leurs dimensions. Les autres fournées ne sont pas bien exploitées à cause d'une demande en pièces assez faible par rapport à la capacité des fours.

### 5.3.4 Résolution du problème $P_2$

Comme énoncé précédemment, le problème  $P_2$  permet de :

1. respecter la contrainte d'énergie.
2. générer les horaires des différentes fournées.

Afin de résoudre ce problème, il nous faut, dans un premier temps, définir les caractéristiques des fours à traitement thermique. Le tableau 5.12 décrit la plage de température que doit atteindre chacun des fours en fonctionnement.

Afin d'atteindre ses paliers, les fours consomment de l'énergie électrique. Celle-ci diffère d'un four à un autre selon leurs dimensions. Le tableau 5.13 résume la puissance consommée

Tableau 5.11 Pourcentage de remplissage des fours

Four	Patron vertical	Patron horizontal
3	97.22	66.28
		72.07
		89.12
4	91.67	80.55
		87.04
		59.26
		83.95
5	25	12.34
12	55.56	52.81
15	87.5	29.16
20	58.33	29.17

Tableau 5.12 Caractéristique thermique des fours

Four	Température(°F)
2	800 - 1300
3	800 - 1300
4	800 - 1300
5	800 - 1300
6	800 - 1300
7	800 - 1300
12	800 - 1300
14	800 - 1300
15	800 - 1300
19	800 - 1300
20	800 - 1300



par chacun des fours pour assurer son bon fonctionnement.

Tableau 5.13 Consommation des fours en puissance

Four	Puissance consommée (KW)
2	42
3	42
4	42
5	42
6	42
7	42
12	58
14	58
15	335
19	335
20	185

Avant d'entamer le traitement thermiques des pièces moulées, les fours passent par une phase de pré-chauffage, durant laquelle la température à l'intérieur des fours augmente graduellement. La figure 5.7 décrit cette évolution de la température en fonction du temps jusqu'à atteindre le plage de fonctionnement adéquate. En moyenne, il faut 4 heures à un four pour être prêt à fonctionner.

Les différentes phases par lesquelles passe un four de traitement thermique engendrent une variation de la consommation en puissance. La figure 5.8 montre, à titre indicatif cette variation. Au bout de la première heure, le four consomme sa puissance maximale. Une fois la température désirée atteinte, le four n'en consomme plus qu'un certain pourcentage.

Le problème  $P_2$  traitant de la contrainte de l'énergie et de la génération des horaires des fours est très petit comparé au problème  $P_1$ . En effet, le tableau 5.14 nous donne une idée sur les caractéristiques du problème.

Tableau 5.14 Caractéristiques du problème  $P_2$

Nombre de variables	$\simeq 1500$
Nombre de contraintes	$\simeq 100$

Les variables du problème  $P_2$  sont relatives aux fours et à la discrétisation du temps. Ci-dessous les détails du calcul des caractéristiques du problème  $P_2$ .

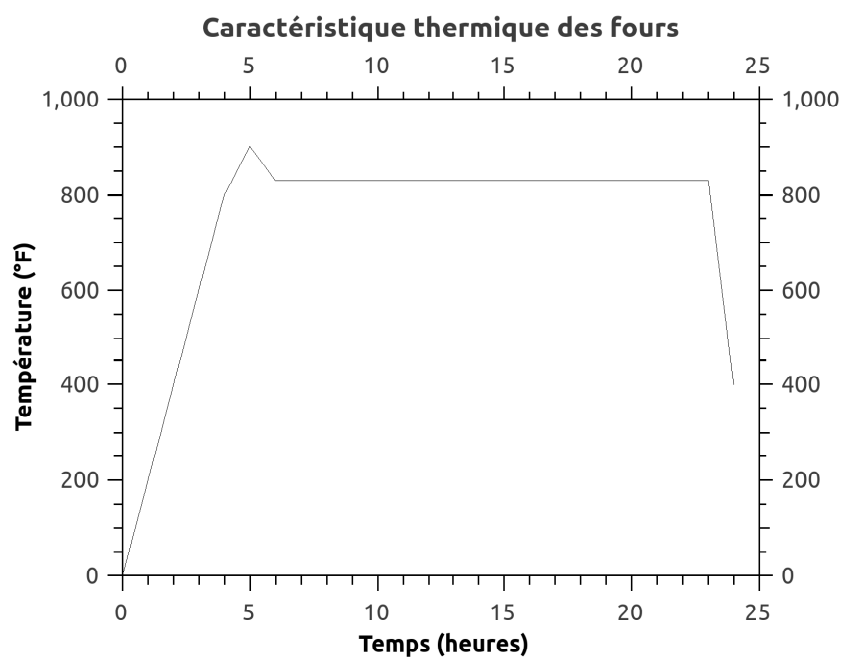


Figure 5.7 Caractéristique thermique des fours

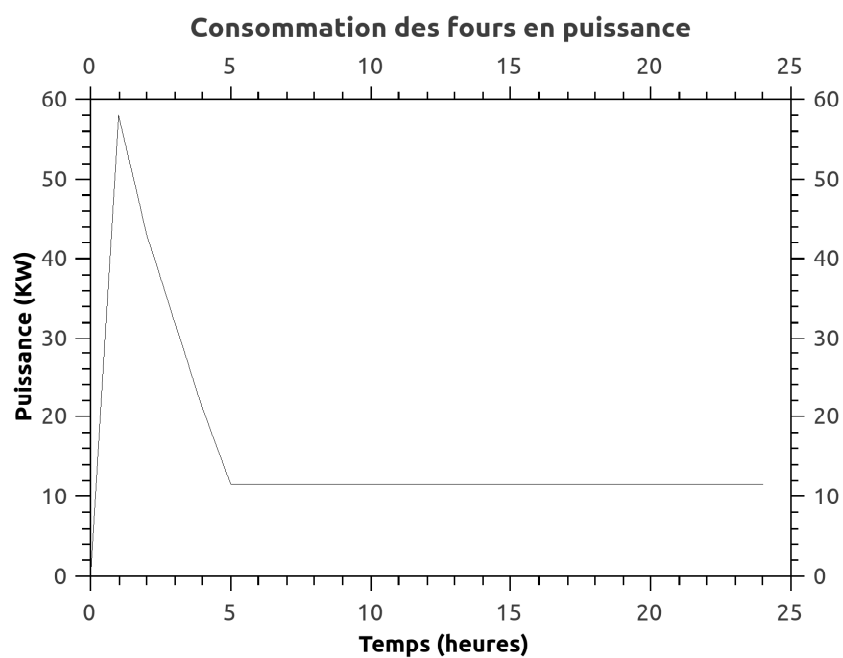


Figure 5.8 Consommation des fours en puissance

$$\begin{aligned}
\text{Nb Variables : } |Q_F^t| &= |F| * |t| \\
&= 15 * 96 \\
&= 1440
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Nb Contraintes : Cont(3.12)} &= 15 \\
\text{Cont(3.13)} &= 96
\end{aligned}$$

À l'issu de la résolution du problème  $P_1$ , nous obtenons l'ensemble des fours nécessaires au traitement de la demande pendant la journée  $n$ . Ceci constituera une donnée d'entrée pour résoudre le problème  $P_2$ .  $n$  sera discrétisée en tranches de temps  $t$ . Nous obtiendrons, suite à la résolution, les horaires des différentes fournées.

Le figure 5.9 illustre l'allure qu'aurait un ordonnancement de notre problème de fournées.

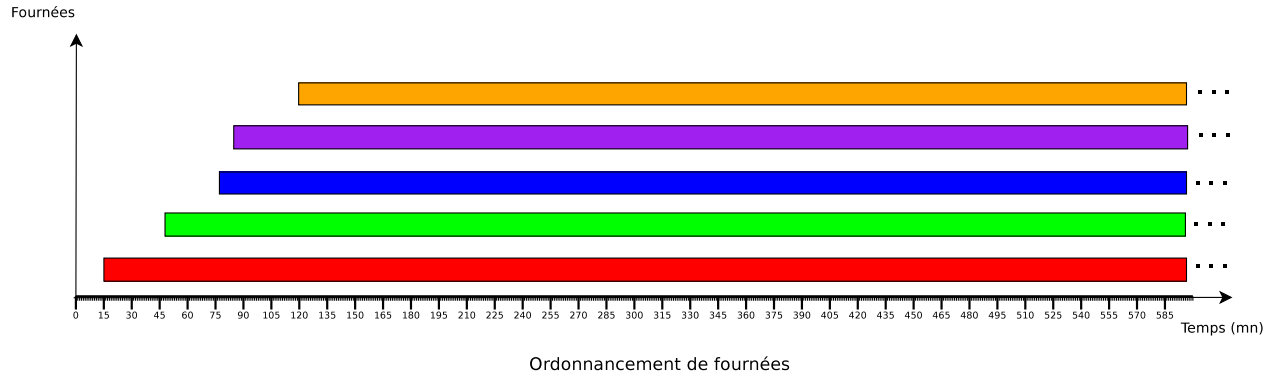


Figure 5.9 Ordonnancement des fournées

Nous n'avons pas produit de résultats numériques car ils apporteraient très peu. Ceci est dû au fait que :

- Nous n'avons pas de vraies courbes de consommation d'énergie pour chaque four. Les horaires des fournées n'auraient, donc, aucune fiabilité.
- Le modèle est très petit et il ne présente aucun défi de résolution. Etant donné, le nombre de contraintes et de variables, le temps de calcul sera de l'ordre de quelques secondes.

Pour résumer notre travail, la figure 5.10 illustre la démarche que nous avons suivie et la méthode de résolution choisie pour ordonnancer les fours de traitement thermiques.

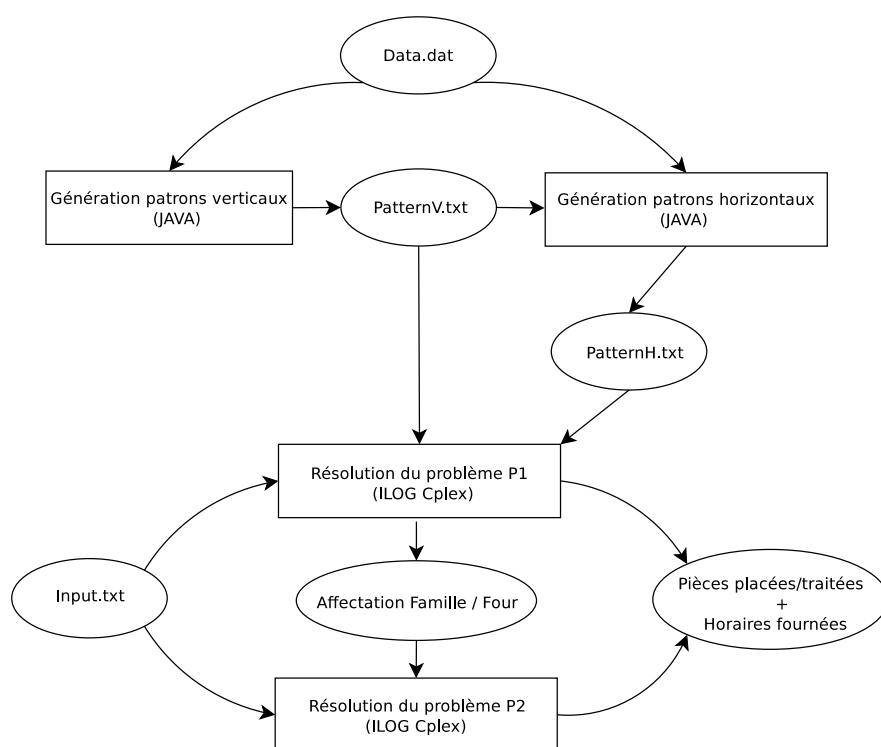


Figure 5.10 Principe général de résolution

## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

Le travail exposé dans ce mémoire s'est intéressé à l'étude d'une problématique industrielle. Celle-ci concerne l'ordonnancement des fours de traitement thermique au sein des ateliers de l'entreprise Alcoa Cast Products.

#### 6.1 Synthèse des travaux

Nous avons commencé par décrire l'environnement industriel dans lequel se situe notre problématique. Nous avons pu comprendre les enjeux auxquels l'entreprise doit faire face. Dans un contexte économique sensible et particulier, l'entreprise se doit de faire face à plusieurs enjeux. Afin de pallier cette situation, l'une des alternatives qui s'offre à elle consiste à optimiser l'exploitation de ses ressources matérielles.

Notre étude a concerné le département de traitement thermique qui est considéré comme étant l'un des plus grands consommateurs en énergie électrique. Nous avons développé une approche qui permet de réduire les coûts de production en optimisant l'utilisation de ses fours.

Dans un premier temps, notre travail s'est concentré sur l'optimisation du placement des pièces moulées à traiter. En effet, les fours sont dotés de paniers dans lesquels les pièces sont déposées avant de subir le traitement thermique adéquat. Il s'agit d'un traitement par lot. Plus on optimise l'espace, nombreuses seront les pièces que nous allons y mettre. Pour ce faire, nous avons commencé par présenter une brève revue de la littérature concernant les problèmes de placement. Par la suite, une méthode de génération de scénarios de placement de pièces a été développée.

Dans un second temps, nous avons ordonnancé le fonctionnement des fours au sein de l'atelier. Etant donné que l'entreprise s'est fixé pour objectif de ne pas dépasser un seuil de consommation de puissance au sein de l'atelier, nous avons développé un modèle mathématique qui régit le fonctionnement des fours tout en respectant les contraintes.

#### 6.2 Améliorations futures

L'entreprise Alcoa Cast Products est un champ favorable à la résolution de plusieurs problèmes d'optimisation. Il serait intéressant, dans le cadre des améliorations futures, d'intégrer

à notre solution l'optimisation de l'horaire de personnel ou la gestion de la maintenance des fours.

## RÉFÉRENCES

- ALVES, C. M. M. (2005). *Cutting and Packing : Problems, Models and Exact Algorithms*. Thèse de doctorat, Universidade do Minho.
- BIERWIRTH, C. et MATTFELD, D. C. (1999). Production scheduling and rescheduling with genetic algorithms. *Evolutionary computation*, 7, 1–17.
- DYCKHOFF, H. (1990). A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44, 145–159.
- FARLEY, A. A. (1988). Mathematical programming models for cutting-stock problems in the clothing industry. *The Journal of the Operational Research Society*, 39, 41–53.
- FONSECA, C. M. et FLEMING, P. J. (1995). An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evolutionary computation*, 3, 1–16.
- GILMORE, P. C. et GOMORY, R. E. (1961). A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, 9, 849–859.
- GILMORE, P. C. et GOMORY, R. E. (1963). A linear programming approach to the cutting-stock problem - part ii. *Operations Research*, 11, 863–888.
- HIFI, M., M'HALLAH, R. et SAADI, T. (2009). Approximate and exact algorithms for the double-constrained two-dimensional guillotine cutting stock problem.
- HOSTETLER, S. (2010). Determining package locations for delivery constrained truck loading utilizing shelves. *Proceedings of the 2010 Industrial Engineering Research Conference*.
- INGENIEUR, T. (2013). *Techniques de moulage des métaux*, vol. base documentaire : 42358210. Editions T.I. Fre.
- JYLANKI, J. (2010). A thousand ways to pack the bin - a practical approach to two-dimensional rectangle bin packing.
- KANTOROVICH (1939, 1959). Mathematical methods of organizing and planning production. *Management Science*, 6, 366–422. (Russian original by Publication House of the Leningrad State University, 1939).
- KANTOROVICH, L. V. et ZALGALLER, V. A. (1951). *Calculation of Rational Cutting of Stock*. Leningrad, Lenizdat.
- KARELAHTI, J. (2002). Solving the cutting stock problem in the steel industry.
- LODI, A., MARTELLO, S. et VIGO, D. (1999). Approximation algorithms for the oriented two-dimensional bin packing problem. *European Journal of Operational Research*, 112, 158–166.

- LODI, A., MARTELLO, S. et VIGO, D. (2004). Tspack : A unified tabu search code for multi-dimensional bin packing problems. *Annals of Operations Research*, 131, 203–213.
- MADSEN, O. B. G. (1979). Glass cutting in a small firm. *Mathematical Programming*, 17, 85–90.
- MARTELLO, S. et VIGO, D. (1998a). Exact solution of the two-dimensional finite bin packing problem. *Management Science*, 44, 388–399.
- MARTELLO, S. et VIGO, D. (1998b). Exact solution of the two-dimensional finite bin packing problem. *Management Science*, 44, 388–399.
- MATSUMOTO, K., UMETANI, S. et NAGAMUCHI, H. (2011). On the one-dimensional stock cutting problem in the paper tube industry. *J. Scheduling*, 14, 281–290.
- MCDIARMID, C. (1999). Pattern minimisation in cutting stock problems. *Discrete Applied Mathematics*, 98, 121–130.
- PORTOUGAL, V. et ROBB, D. J. (2000). Production scheduling theory : Just where is it applicable? *Interfaces*, 30, 64–76.
- SMITH, A. et CANI, P. D. (1980). An algorithm to optimize the layout of boxes in pallets. *The Journal of the Operational Research Society*, 573-578, 31.
- SULIMAN, S. M. (2001). Pattern generating procedure for the cutting stock problem. *International journal of production economics*, 74, 293–301.
- WÄSCHER, G., HAUBNER, H. et SCHUMANN, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183, 1109–1130.